



THESE

présentée

pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE

École doctorale : Energétique et Dynamique des Fluides

Spécialité: Dynamique des Fluides

Par : Franc VIGIE

Etude expérimentale d'un écoulement à surface libre au-dessus d'un obstacle

Soutenue le 12 Octobre 2005 devant le jury composé de :

Mr Dominique ASTRUC	Maître de Conférences, INPT	Directeur de Thèse
Mr Frédéric DIAS	Professeur, ENS Cachan	Rapporteur
Mr Olivier EIFF	Professeur, INPT	Directeur de thèse
Mr Jan-Bert FLOR	Chargé de Recherches, LEGI	Rapporteur
Mr Jean-Michel ROSANT	Chargé de Recherches, Centrale Nantes	Membre
Mr Olivier THUAL	Professeur, INPT	Président

[...] Et que veut dire travailler avec amour ?

C'est tisser une étoffe avec un fil tiré de votre cœur, comme si votre bien-aimé devait porter cette étoffe.

C'est bâtir une maison avec affection, comme si votre bien-aimé devait résider dans cette maison.

C'est semer le grain avec tendresse, et récolter la moisson dans la joie, comme si votre bien-aimé devait en manger le fruit.

C'est insuffler dans toutes les choses que vous fabriquez l'essence de votre esprit. [...]

Khalil Gibran - Le Prophète

Remerciements

Certains auraient pu penser, lorsque je me suis embarqué dans cette histoire, que ce serait pour moi l'occasion de faire des ronds dans l'eau, d'autres, celle de me la couler douce mais il n'en fut rien. Ces quatre années de thèse n'ont pas réellement été un long fleuve tranquille mais plus exactement un torrent tortueux et parfois tumultueux.

Pour ces raisons et bien d'autres encore, toutes ces pages que le lecteur aura la joie, je l'espère, de parcourir, n'auraient jamais été écrites sans le soutien précieux, manifeste et inconditionnel des personnes que je souhaite remercier ici. Ces quelques lignes resteront cependant un trop modeste reflet de la gratitude et de la sympathie que je porte à ces personnes.

Tout d'abord, je souhaite remercier les membres du jury, garants de la qualité de mon travail.

Ainsi, je remercie Frédéric Dias, Professeur à l'ENS Cachan et Jan-Bert Flør, Chargé de Recherches au LEGI de Grenoble qui ont accepté la lourde et fastidieuse tâche de rapporter sur ma thèse. En particulier, je souhaite souligner la pertinence de leurs remarques ainsi que l'attention et la minutie apportée à l'évaluation de mon travail. Ils ont également été très actifs, par leurs questions, lors de ma soutenance.

J'associe à ces remerciements ceux destinés à Jean Michel Rosant, Chargé de Recherches à l'Ecole Centrale de Nantes et à Olivier Thual, Professeur au département Hydraulique et Mécanique des Fluides de l'Enseeiht à Toulouse, qui ont accepté de participer au jury de cette thèse. Ces derniers, à travers leurs questions et remarques, ont également activement participé aux nettes améliorations du manuscrit ainsi qu'au dynamisme de la soutenance.

Je voudrais exprimer toute ma gratitude et mes plus profonds remerciements au duo de choc constitué par Olivier Eiff et Dominique Astruc, mes deux formidables directeurs de thèse.

Sans leur volonté, leurs encouragements permanents mais aussi leurs recadrages, essentiels dans les moments les plus difficiles, ce manuscrit n'aurait jamais abouti. Décrire ces quatre années, riches et mouvementées, en quelques lignes dénaturerait la complémentarité qui est née entre eux et moi. Je souhaite cependant dire que ce sont deux activistes de la recherche, qu'ils m'ont fait confiance et qu'ils ont su me communiquer leur enthousiasme et leur professionnalisme. Merci à vous deux!!

Je remercie également les personnes qui m'ont accueillies à l'IMFT, à l'ENSEEIH et à l'Université Paul Sabatier :

Olivier Simonin, directeur du laboratoire ainsi que tous les personnels qui m'ont permis d'effectuer cette thèse dans de très bonnes conditions.

Olivier Thual, en particulier, qui, alors responsable du groupe Hydre, a accueilli de façon très

enthousiaste ma venue dans le groupe.

Jacques George, alors responsable du département hydraulique de l'Enseeiht, qui m'a non seulement accueilli dans son équipe pédagogique, mais aussi permis d'utiliser le canal hydraulique du département pour effectuer l'ensemble de mes expériences.

Mokhtar Zagzoule, responsable du département de mécanique de l'Université Paul Sabatier, qui m'a accueilli cette année dans son équipe pédagogique.

Une thèse essentiellement expérimentale implique un grand nombre de personnes, sans qui le thésard n'a pas grandes chances d'obtenir de beaux résultats. C'est pourquoi je souhaite ici formuler toute ma sympathie à ceux qui m'ont aidé dans la réalisation de ces expériences et souligner la disponibilité de chacun lors de mes sollicitations ainsi que leur gentillesse.

Tout d'abord, merci aux techniciens du groupe, Serge Font, Gregory Dhoye et Gilbert Tison, non seulement pour leurs conseils, idées et réalisations techniques, mais aussi pour les discussions sur la passerelle.

Merci également aux personnels de l'atelier, et en particulier à Philippe Fernandez, technicien au département hydraulique, à qui j'ai souvent demandé de faire, défaire, refaire... Il a ainsi réalisé beaucoup de pièces, supports et autres sur le banc expérimental et le canal.

Je remercie également les différents acteurs du service Signaux et Images de l'IMFT : Jean Felix Alquier, Hervé Ayrolles, Sebastien Cazin et Emmanuel Cid pour m'avoir prêté, installé et réparé tous les dispositifs d'acquisition et de prises de vue que j'ai passé quatre années à manipuler.

Sans post-traitement, les expériences ne servent pas beaucoup, ainsi il a donc fallu le concours de l'ensemble des informaticiens de l'IMFT et du département Hydraulique. Je souhaite donc adresser mes remerciements aux personnels du service informatique de l'IMFT, géré par Jean-Pierre Bombaud et ensuite par Gilles Martin, ainsi qu'aux personnels du service Cosinus, en particulier à Alexeï Stoukov, qui a pris le temps d'installer PvWave un grand nombre de fois et de répondre à bon nombre de mes sollicitations...

Merci également à Muriel Sabater pour la reprographie de ce manuscrit mais aussi pour toutes les impressions pour lesquelles j'ai passé commande au dernier moment, souvent dans un état de stress avancé.

Parallèlement à mes travaux de recherche, j'ai eu la grande chance de faire de l'enseignement. Ce fut une formidable expérience humaine et scientifique. Je remercie les équipes pédagogiques du département hydraulique de l'Enseeiht et de mécanique de l'Université Paul Sabatier pour leur accueil et leurs conseils. En particulier merci aux enseignants avec qui j'ai travaillé et qui m'ont fait confiance.

Sans les étudiants, la mission de l'encadrant n'aurait pas de sens, c'est pourquoi j'adresse toute ma sympathie aux étudiants que j'ai eu la chance d'encadrer.

Je souhaite également exprimer toute ma gratitude envers Sylvie Senny, gestionnaire du groupe OTE et à Maryse André, gestionnaire du département hydraulique de l'Enseeiht. Toutes les deux ont été à mes petits soins au cours de ces quatre années. Elles ont souvent agité pour que tout se déroule au mieux, des missions les plus lourdes au plus simples. Elles ont toutes les deux été dévouées pour moi et je les en remercie.

Mon passage à l'IMFT restera pour moi un grand souvenir non seulement d'un point de vue professionnel mais aussi et surtout d'un point de vue humain. Je souhaite remercier tous les copains et amis que j'ai cotoyé ici.

En premier lieu, Arnaud, le compagnon de galère. Nous avons passé d'excellents moments ici, tant à travers les problèmes liés à Matlab ou Latex, qu'à travers de longues discussions sur le sens de la vie, de la thèse, et autres sujets si passionnants que nous avons débattus tous les deux. Merci à toi Arnaud et bon courage pour la suite à Marseille (n'oublie pas d'aller voir l'OM).

J'adresse également un coucou particulier à mes deux formidables cop's du groupe : Marie et Karine.

Karine, de la météo, que j'ai souvent appelé à la rescousse pour mes routines PvWave. Merci à toi pour tous les services que tu m'a rendus ainsi que pour les discussions que nous avons pu partager. Je garde un excellent souvenir de notre collaboration mais aussi de tous les à-côté que nous avons pu avoir, notamment les trop rares sorties avec Marie (et nos chéri-e-s bien sûr!). Bon courage pour la suite

Marie, ma co-bureau, qui a dû me supporter pendant cette dernière et très longue année ou les mots "j'en ai marre", "vivement que ce soit fini", "je vais tout lâcher" ont souvent jailli de ma bouche. Merci à toi pour ta patience, et tes encouragements. Ce fut un réel plaisir de partager le Castex 123 avec toi (d'autant plus quand Karine est venue). Merci également pour les discussions que nous avons eu et pour ne pas avoir fumé dans le bureau!! Bon courage pour finir ta thèse.

Je souhaite aussi faire un coucou aux deux fofolles d'Escande : Cecile et Valérie, qui, hélas pour moi, sont parties il y a trop longtemps. Merci à toutes les deux pour les super moments passés ensemble mais aussi pour le chocolat, les gateaux, les bonbons ... Au delà des sucreries, je vous remercie pour tous les moments de partage, de discussions et de conseils que nous avons eus. Vous êtes toutes les deux si incroyables que vous avez réussi à me dérider, ce qui au départ n'était pas une mince affaire.

Il y a bien sûr beaucoup d'autres copains, copines et collègues que j'ai cotoyé et que je souhaite saluer pour tous les bons moments passés ici à discuter d'autres choses que des ondes dans les fluides ... Je vous laisse de le soin de deviner quoi. Coucou donc à Yann et Geraldine, Emeline, Julien F., Julien W., Anne, Louis-Ro, Pierre, Livier, Laure, Claire, Pauline, Philippe, Antoine, Sebastien B., Frederic, Paul, Veronique F., David.

Il n'y a tout de même pas que l'IMFT dans la vie, j'en profite donc pour adresser toutes mes amitiés sincères et profondes à tous ceux qui ont participé de près ou de loin à cette période de ma vie. Il y en a un peu trop pour les citer tous, et donc je remercie chaleureusement les copains Gourdonnais, Toulousains, Albigeois et les 3 ex - DEA partis vers d'autres cieux (David, Laurent et Cecilia).

Je souhaite profondément vous remercier papa et maman pour m'avoir écouté, encouragé et soutenu sans relâche, depuis mes premiers jours toulousains jusqu'à aujourd'hui. J'ai beaucoup apprécié que vous ayez pu assister à la soutenance et que vous n'ayez cessé de croire en moi, cela m'a beaucoup réconforté. J'associe à ces remerciements Frédéric et Valérie ainsi que Dominique et Sabine et toutes les nièces. Merci aussi à ma belle famille.

Ces dernières lignes sont destinées à toi ma bien-aimée (comme le dit Khalil Gibran), à qui je n'ai jamais cessé de penser en tissant dans la difficulté, mais aussi dans la joie, cette étoffe de papier. J'ai été profondément touché par tes encouragements et ton soutien permanent qui m'ont donné les forces d'y croire jusqu'au bout et de ne pas lâcher. Merci pour tout, Géraldine. Esther, je t'embrasse et te remercie pour les magnifiques sourires que tu m'accorde chaque jour.

*A mon épouse Géraldine,
et   notre fille, Esther.*

Nomenclature

Lettres latines

a	amplitude caractéristique	$[m]$
a_1	amplitude de la première onde	$[m]$
a_d	amplitude de la dépression	$[m]$
a_i	amplitude de la i ème onde du train d'ondes	$[m]$
c	célérité des ondes progressives	$[m.s^{-1}]$
c_0	célérité des ondes de gravité en eaux peu profondes	$[m.s^{-1}]$
c_{cn}	célérité des ondes cnoidales	$[m.s^{-1}]$
c_{os}	célérité des ondes solitaires	$[m.s^{-1}]$
c_u (resp. c_d)	célérité du ressaut en amont (resp. aval) de l'obstacle	$[m.s^{-1}]$
c_{pix}	calibration	$[px.cm^{-1}]$
c_n	fonction elliptique de Jacobi, désigne les ondes cnoidales	
\mathcal{C}	cambrure des ondes	$[1]$
C_f	coefficient de frottement	$[1]$
$d(x, y, t)$	hauteur d'eau	$[m]$
d_0	hauteur de l'état de base	$[m]$
d_a	hauteur d'eau à l'amont de l'obstacle	$[m]$
d_b	hauteur d'eau à l'aval de l'obstacle	$[m]$
d_c	hauteur d'eau moyenne à l'aval du ressaut hydraulique	$[m]$
d_{cr}	hauteur d'eau critique	$[m]$
$d_m(x)$	hauteur d'eau moyenne au centre du canal	$[m]$
d_v	hauteur d'eau en aval de la vanne amont	$[m]$
f	ouverture de l'objectif	$[1]$
f_a	fréquence d'échantillonnage	$[s^{-1}]$
g	accélération gravitationnelle	$[m.s^{-2}]$
$h(x)$	hauteur locale de l'obstacle	$[m]$
h_r	$h(x)$ au droit de la position du ressaut hydraulique	$[m]$
$\hat{h}(k)$	transformée de Fourier de l'obstacle	
H	hauteur caractéristique de l'obstacle	$[m]$
H_c	hauteur du canal	$[m]$
i et j	indices dans le plan (x, z)	$[1]$
\mathcal{I}	indice de Poincaré	$[1]$
I_a et I_b	images a et b d'une paire d'images	$[1]$
I	pente géométrique du canal	$[1]$
k	nombre d'onde des ondes progressives	$[m^{-1}]$
k_0	nombre d'onde associé à la vitesse u_0	$[m^{-1}]$
l_d	position longitudinale du minimum de la dépression	$[m]$
l_{os}	largeur des ondes solitaires	$[m]$
l_s	longueur supercritique	$[m]$
L	longueur caractéristique de l'obstacle	$[m]$
L_c	longueur du canal	$[m]$
L_d	longueur de développement de la couche limite	$[m]$
m	module de la fonction elliptique de Jacobi	
n_c	degré de connexité du domaine	$[1]$
N_1 à N_4	désignation des points critiques	
N_s	nombre de points d'échantillonnage	$[1]$
o_v	ouverture de la vanne amont	$[m]$
p_0	pression atmosphérique	$[P_a]$

\tilde{p}	terme d'écart à l'hydrostaticité	$[Pa]$
$p(x, y, z)$	pression locale	$[Pa]$
Q_c	débit de l'écoulement	$[l.s^{-1}]$
r_h	rayon hydraulique du canal	$[m]$
S et S'	nom des points-selle et des demi points-selle	
s_a à s_e	nom des régimes expérimentaux à état de base souscritique	
S_a à S_e	nom des régimes expérimentaux à état de base supercritique	
t	temps	$[s]$
T_0 à T_7	transitions entre les régimes d'ondes de surface expérimentaux	
T_{Ta} à T_{Tb}	transitions entre les régimes de topologie du champ de vitesses moyen	
T_{vm}^1 et T_{vm}^2	nom des régimes de topologie du champ de vitesses moyen	
u_0	vitesse moyenne de l'état de base	$[m.s^{-1}]$
u_*	vitesse de frottement	$[m.s^{-1}]$
u_h	vitesse du régime uniforme	$[m.s^{-1}]$
u_b	vitesse en aval et au pied de l'obstacle	$[m.s^{-1}]$
\tilde{u}	perturbation de la vitesse u	$[m.s^{-1}]$
$\mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{t})$	vecteur vitesse locale du fluide	$[m.s^{-1}]$
$u(x, y, z, t)$	vitesse locale du fluide selon x	$[m.s^{-1}]$
$u_m(x)$	vitesse locale du fluide selon x au centre du canal	$[m.s^{-1}]$
u_{rms}	écart-type de la vitesse locale selon x	$[m.s^{-1}]$
$\overline{U}(x, y, z)$	vitesse moyenne locale du fluide selon x	$[m.s^{-1}]$
$u'(x, y, z, t)$	vitesse fluctuante locale du fluide selon x	$[m.s^{-1}]$
$v(x, y, z, t)$	vitesse locale du fluide selon y	$[m.s^{-1}]$
v_{rms}	écart-type de la vitesse locale selon y	$[m.s^{-1}]$
$\overline{V}(x, y, z)$	vitesse moyenne locale du fluide selon y	$[m.s^{-1}]$
$v'(x, y, z, t)$	vitesse fluctuante locale du fluide selon y	$[m.s^{-1}]$
$w(x, y, z, t)$	vitesse locale du fluide selon z	$[m.s^{-1}]$
w_{rms}	écart-type de la vitesse locale selon z	$[m.s^{-1}]$
$\overline{W}(x, y, z)$	vitesse moyenne locale du fluide selon z	$[m.s^{-1}]$
$w'(x, y, z, t)$	vitesse fluctuante locale du fluide selon z	$[m.s^{-1}]$
W_c	largeur du canal	$[m]$
x_{f1}	position du pied du ressaut hydraulique	$[m]$
x, y, z	coordonnées cartésiennes (repère orthonormé direct)	$[m]$
$\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$	axes du repère cartésien	

Lettres grecques

α	facteur de blocage	$[1]$
α_{eq}	facteur de blocage équivalent	$[1]$
α_p	amplitude relative des ondes	$[1]$
β	rapport d'aspect de l'obstacle	$[1]$
β_p	longueur d'onde relative	$[1]$
$\delta...$	paramètres des erreurs de mesure de hauteurs d'eau (Chap. 3)	$[m]$
$\delta(x, y, z, t)$	hauteur de la couche limite	$[m]$
δ_e	épaisseur de la nappe laser	$[m]$
δ_t	pas de temps entre deux images I_a et I_b	$[s]$
δ_x	déplacement des particules entre les images I_a et I_b	$[m]$
Δ_k	dissipation du ressaut hydraulique	$[m]$

Δ	nom du critère d'extraction des structures cohérentes	
ε	paramètre infinitésimal	
γ	tension de surface	$[N.m^{-1}]$
Γ_e	rapport d'aspect de l'écoulement	[1]
Γ_g	confinement géométrique	[1]
$\eta(x, y, t)$	perturbation de la surface libre	$[m]$
κ	constante de Von Karman	[1]
λ	longueur d'onde caractéristique	$[m]$
λ_i	longueur d'onde de la i ème onde du train d'ondes	$[m]$
λ_{ci}	valeurs propres complexe du champ de vitesses	$[s^{-1}]$
$\bar{\lambda}_{ci}$	moyenne des valeurs propres complexe du champ de vitesses	$[s^{-1}]$
∇	opérateur gradient	
$\nabla \cdot$	opérateur divergence	
ν	viscosité cinématique du fluide	$[m^2.s^{-1}]$
θ	angle formé par la paroi latérale et les ondes obliques	$[deg]$
ρ	la masse volumique du fluide	$[kg.m^{-3}]$
σ	conductivité électrique du fluide	$[S]$
φ	amplitude des ondes progressives	$[m]$
ϕ	potentiel des vitesses	$[s^{-1}]$
$\tilde{\phi}$	perturbation du potentiel des vitesses	$[s^{-1}]$
ω	pulsation	$[s^{-1}]$

Nombres adimensionnels

B_0	nombre de Bond	[1]
F_0	nombre de Froude de l'état de base	[1]
F_1	nombre de Froude au pied du ressaut hydraulique	[1]
F_{eq}	nombre de Froude équivalent	[1]
F_l	nombre de Froude local	[1]
F_s	nombre de Froude au sommet de l'obstacle	[1]
K_s	nombre de Strickler	[1]
R_e	nombre de Reynolds basé sur le rayon hydraulique	[1]
R_{obs}	nombre de Reynolds basé sur l'obstacle	[1]

Remerciements	iii
Nomenclature	vii
1 Introduction générale	13
1.1 Contexte et objectifs	14
1.2 Analyse dimensionnelle et méthodologie	15
1.2.1 Configuration et paramètres du problème	15
1.2.2 Les nombres adimensionnels	16
1.2.3 Démarche expérimentale	16
1.3 Organisation du document	16
2 Ondes de surface en présence d'un obstacle	19
2.1 Ecoulement potentiel	20
2.1.1 Equations de base	20
2.1.2 Conditions aux limites :	21
2.1.3 Relation de dispersion	21
2.2 Paramètres des développements asymptotiques	22
2.2.1 Ecoulement sur fond plat	22
2.2.2 Ecoulement sur fond inhomogène	23
2.3 Equations de Saint-Venant	25
2.4 Saint Venant linéaire	25
2.5 Saint Venant non-linéaire	27
2.5.1 Les courbes du diagramme	28
2.5.2 Solutions sans ressaut hydrauliques	29
2.5.3 Solutions avec ressauts hydrauliques à l'aval de l'obstacle	29
2.5.4 Solutions avec ressauts hydrauliques en amont de l'obstacle	30
2.6 Ecoulement potentiel linéaire	31
2.6.1 Facteur de blocage	32
2.6.2 Nombre de Froude	32
2.6.3 Etat de base critique	33
2.6.4 Synthèse	33
2.7 Ecoulement potentiel non-linéaire	34
2.7.1 Ecoulement uniforme	34
2.7.1.1 Cambrure et critère de déferlement	36

2.7.1.2	Solutions sans déferlement	36
2.7.1.3	Solutions avec déferlement	37
2.7.2	Comparaison linéaire / non-linéaire	38
2.7.2.1	Demi-cylindre	39
2.7.2.2	Forme de l'obstacle variant	39
2.8	Equations de Boussinesq à fond plat	40
2.9	Korteweg-de Vries à fond plat	40
2.9.1	Ondes solitaires et cnoidales	41
2.10	Korteweg-de Vries forcé	43
2.10.1	Mise en équation	43
2.10.2	Solutions stationnaires	44
2.10.2.1	Etat de base souscritique ($F_0 = 1 - \mathcal{O}(\varepsilon)$)	44
2.10.2.2	Etat de base supercritique	45
2.10.3	Korteweg-de Vries étendu (<i>extended KdV</i>)	45
3	Dispositif expérimental et métrologie	49
3.1	Caractéristiques du canal et choix des obstacles	50
3.1.1	Le canal	50
3.1.2	Les obstacles	50
3.1.3	Paramètres d'études	51
3.2	Positionnement longitudinal de l'obstacle	53
3.2.1	Effets de l'état de développement de la couche limite turbulente	53
3.2.2	Critères de développement de la couche limite	53
3.2.3	Détermination de la position de l'obstacle	55
3.3	Sonde capacitive	56
3.3.1	Principe	56
3.3.2	Procédure d'étalonnage de la sonde	57
3.3.3	Erreur	57
3.4	Ombroscopie	58
3.4.1	Dispositif	58
3.4.2	Traitement des images	59
3.4.2.1	Extraction du contour de la surface libre	59
3.4.2.2	Extraction de la position de la surface libre	60
3.4.2.3	Positionnement du profil de surface libre par rapport au fond du canal	61
3.4.3	Erreurs	61
3.5	Vélocimétrie par images de particules	62
3.5.1	Dispositif expérimental	62
3.5.2	Choix des paramètres de la prise d'images	63
3.5.3	Choix des particules	64
3.5.4	Calcul des champs de vitesses instantanés	65
3.5.5	Correction des vecteurs faux et calculs des dérivées	66
3.5.6	Grandeurs statistiques	66
3.5.7	Convergence des grandeurs statistiques	67
4	Classification expérimentale des régimes d'ondes de surface	73
4.1	Etat de base souscritique	74
4.1.1	Régime s_a	74
4.1.2	Régime s_b	74
4.1.3	Régime s_c	74

4.1.4	Régime s_d	78
4.1.5	Régime s_e	78
4.2	Etat de base supercritique	80
4.2.1	Régime S_a	80
4.2.2	Régime S_b	83
4.2.3	Régime S_c	83
4.2.4	Régime S_d	84
4.2.5	Régime S_e	84
4.3	Influence de la forme de l'obstacle	86
4.3.1	Etat de base souscritique	86
4.3.2	Etat de base supercritique	87
4.4	Comparaisons avec les classifications issues des modèles asymptotiques	87
4.4.1	Modèle de Saint-Venant linéaire monodimensionnel	88
4.4.2	Modèle de Saint-Venant non-linéaire	90
4.4.3	Modèle potentiel linéaire	91
4.4.4	Modèle potentiel non-linéaire	92
4.4.5	Modèle de Korteweg-de Vries forcé	92
5	Classification de la topologie des champs de vitesses moyens	95
5.1	Méthodes d'analyse	96
5.2	Classification des régimes de topologie	97
5.2.1	Régime T_{vm}^1	97
5.2.1.1	Dénombrement des points critiques	97
5.2.1.2	Topologie du champ	99
5.2.2	Régime T_{vm}^2	100
5.2.3	Lien avec les régimes d'ondes de surface	100
5.2.4	Diagramme des régimes	102
5.3	Influence des paramètres sur la structure du champ de vitesses moyen	104
5.3.1	Evolution de la spirale instable en fonction de F_0 et de α	104
5.3.2	Analyse du changement de topologie entre les régimes T_{vm}^1 et T_{vm}^2	106
6	Régimes sans ressauts hydrauliques	109
6.1	Dépression de la surface libre	110
6.1.1	Influence des paramètres α et F_0	110
6.1.2	Position de la transition T_1 dans le plan $\{\alpha, F_0\}$	110
6.1.3	Forme et position de la dépression	112
6.2	Train d'ondes dans le régime s_b	113
6.2.1	Analyse de la dynamique des ondes	113
6.2.2	Origine des ondes	114
6.2.3	Etude de la transition entre les régimes s_a et s_b (T_0 sur la figure 4.1))	115
7	Régimes à ressauts hydrauliques	119
7.1	Position longitudinale des ressauts hydrauliques	120
7.1.1	Evolution entre les régimes s_c et s_d	120
7.1.2	Comparaison avec le modèle de Saint-Venant non-linéaire	120
7.1.3	Etude de la transition entre les régimes s_c et s_d (T_2 sur la figure 4.1))	123
7.2	Structure spatiale des ressauts hydrauliques	124
7.2.1	Typologie des ressaut hydrauliques issus d'une vanne	125
7.2.2	Des ressauts hydrauliques ondulés (régime s_c)	126
7.2.3	Des ressauts hydrauliques tridimensionnels (régime s_d)	130
7.2.4	Hauteurs conjuguées et dissipation des ressauts hydrauliques	132

7.3	Mécanismes d'apparition des ressauts hydrauliques tridimensionnels	134
7.4	Ressauts hydrauliques des régimes S_c et S_d	138
8	Dynamique du sillage des obstacles	141
8.1	Structure turbulente et évolution spatiale du sillage	142
8.1.1	Equations du mouvement moyen	142
8.1.2	Tensions de Reynolds de cisaillement dans le régime s_b	142
8.1.3	Régimes s_c et s_d	146
8.2	Dynamique des structures tourbillonnaires en aval de l'obstacle	147
8.2.1	Identification des structures tourbillonnaires instantannées	147
8.2.2	Position moyenne des λ_{ci}	149
8.2.3	Origine du centre et des noeuds spiralés dans la topologie du champ de vitesses moyen	152
9	Conclusion générale	155
9.1	Analyse des modèles asymptotiques	156
9.2	Classification en régimes d'ondes de surface	156
9.3	Topologie des champs de vitesse moyens	157
9.4	Régimes sans ressauts hydrauliques	157
9.5	Régimes avec ressauts hydrauliques	157
9.6	Structure turbulente de l'écoulement	158
9.7	Effets de la forme de l'obstacle	158
A	Typologie des points critiques	165
B	Extraction des structures tourbillonnaires du champ de vitesses instantané	169
B.1	Choix de la méthode	169
B.2	Validation de la méthode du critère Δ	170

Table des figures

1.1	Configuration étudiée.	15
2.1	Solutions du système de Saint-Venant linéaire : (a), solutions aux temps longs ; (b), plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$	26
2.2	Plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$ et régimes d'ondes de surface pour le modèle de Saint-Venant non-linéaire (d'après Baines [Bai 1995]). Dans la région $(ABCD)$, (- - -), position du ressaut hydraulique au droit de l'obstacle, H_r , (adapté de Houghton et Kasahara [HK 1968]).	27
2.3	Définitions des vitesses et des dimensions caractéristiques au voisinage de l'obstacle (adapté de Baines [Bai 1995]).	29
2.4	Boucle d'hystérésis entre les deux solution stables, S_2 et S_4 de la région (EAG) : (a), F_0 fixé, α varie ; (b), α fixé, F_0 varie. Les points S_{AE} et S_{AG} sont situé respectivement sur les courbes (AE) et (AG) du plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$	30
2.5	Ecoulement potentiel linéaire variation de l'amplitude des ondes en fonction de α	32
2.6	Solution de l'écoulement potentiel linéaire : influence du nombre de Froude, F_0	33
2.7	Solutions de l'écoulement potentiel linéaire : plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$ et définition de deux régimes d'écoulement.	34
2.8	Plan des paramètres $\{F_0, \alpha\}$ et régimes d'écoulements du modèle potentiel non-linéaire (Lowery et Liapis [LL 1999]).	35
2.9	Exemples de solutions de l'écoulement potentiel non-linéaire au dessus d'un demi-cylindre sans déferlement : (a), souscritique ($F_0 = 0.5, \alpha = 0.1$) ; (b), transcritique ($F_0 = 1, \alpha = 0.3$) ; (c), supercritique ($F_0 = 2, \alpha = 0.1$) (d'après Lowery et Liapis [LL 1999]).	36
2.10	Allure des différents déferlement apparaissant dans les solutions de l'écoulement potentiel non-linéaire au dessus d'un demi-cylindre : (a), <i>spilling breaker</i> ($F_0 = 0.25, \alpha = 0.4$) ; (b), <i>upstream breaker</i> ($F_0 = 1.15, \alpha = 0.4$) ; (c), <i>plunging breaker</i> ($F_0 = 0.75, \alpha = 0.3$) ; (4), <i>surgling breaker</i> ($F_0 = 1.25, \alpha = 0.9$) (d'après Lowery et Liapis [LL 1999]).	37
2.11	Ecoulement potentiel ($F_0 = 0.5, \alpha = 0.2$, demi-cylindre) : comparaison entre les solutions du cas linéaire (— —) et non-linéaire (—) (d'après Forbes et Schwartz [FS 1982])	38
2.12	Comparaison entre les solutions linaires (— —) et non-linéaires (—) de l'écoulement potentiel au-dessus d'obstacles de formes différentes : (a), gaussienne d'équation $h(x) = H \exp(-3x^2)$ ($\beta = 0.1$) ; (b), triangle isocèle ($\beta = 0.61$) (d'après King et Bloor [KB 1990]).	39

2.13 Ondes cnoidales et solitaires	41
2.14 Classification des solutions stationnaires de l'équation de Korteweg-de Vries forcée au voisinage du point de fonctionnement $\{\alpha = 0, F_0 = 1\}$ selon Dias et Vanden-Broeck [DV 2002.a]	44
2.15 Solution du modèle de Korteweg-de Vries étendu au voisinage du point de fonctionnement $F_0 = 1, \alpha = 0$: (a), comparaison avec le modèle de Korteweg-de Vries forcé (Marchant et Smyth [MS 1990]) : (- -) étendu, (-) forcé; (b), solutions de l'équation (2.59) : (i) $\iota_e > 0$, (ii) $\iota_e < 0$ (d'après Grimshaw et <i>coll.</i> [GCC 2002].	46
3.1 Canal à surface libre utilisé pour notre étude	51
3.2 Plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$: frontières de la zone observable et position des points analysées dans le cas où l'écoulement de base est souscritique	52
3.3 Schéma de l'écoulement souscritique, issu de Kirkgoz et Ardiclioglu [KA 1997].	54
3.4 Schéma de l'écoulement supercritique, issu de Ohtsu et Yasuda [OY 1994].	55
3.5 (a), Sonde capacitive et (b), principe de mesure	56
3.6 Schéma du dispositif de mesure par ombroscopie.	58
3.7 Etapes de la détection de la position de la surface libre : (a), image brute; (b), division par le fond; (c), filtrage médian $5 \times 5 px^2$; (d); seuillage et binarisation	60
3.8 Dispositif de mesure par PIV.	62
3.9 Erreur de biais dans le pic de corrélation d'après Fincham et Spedding [FS 1997].	66
3.10 Evolution en fonction du nombre d'images des grandeurs moyennes suivantes : (a), $\overline{< U >}$; (b), $\overline{< W >}$; (c), $\overline{< u'w' >}$	68
3.11 Evolution en fonction du nombre d'images des grandeurs suivantes : (a), $\Delta_{\overline{u}}$; (b), $\Delta_{\overline{w}}$; (c), $\Delta_{\overline{u'w'}}$	68
3.12 Evolution en fonction du nombre d'images des écarts-type suivants : (a), u_{rms} ; (b), w_{rms}	69
3.13 Evolution en fonction du nombre d'images des grandeurs suivantes : (a), $\Delta_{u_{rms}}$; (b), $\Delta_{w_{rms}}$	70
4.1 Classification des régimes pour le demi-cylindre et pour un écoulement dont l'état de base est souscritique	75
4.2 Surface libre dans le régime s_a	75
4.3 Profil de la surface libre et nombre de Froude local pour le régime s_a	76
4.4 Surface libre dans le régime s_b	76
4.5 Profil de la surface libre et nombre de Froude local pour le régime s_b	77
4.6 Surface libre dans de régime s_c	77
4.7 Profil de la surface libre et nombre de Froude local pour le régime s_c	78
4.8 Régime s_d : (a) surface libre en aval de l'obstacle et (b), forme du ressaut hydraulique et des ondes à sa suite.	79
4.9 Profil de la surface libre et nombre de Froude local pour le régime s_d	79
4.10 Profil de la surface libre et nombre de Froude local pour le régime s_e	80
4.11 Classification des régimes pour le demi-cylindre et pour un écoulement dont l'état de base est supercritique	81
4.12 Surface libre dans de régime S_a	81
4.13 Profil de la surface libre et nombre de Froude local pour le régime S_a	82
4.14 Illustration de phénomènes tridimensionnels en aval du demi-cylindre dans de régime S_b	82
4.15 Profil de la surface libre et nombre de Froude local pour le régime S_b	83
4.16 Surface libre dans le régime S_c	83
4.17 Profil de la surface libre et nombre de Froude local pour le régime S_c	84

4.18	Profil de la surface libre et nombre de Froude local pour le régime S_d	85
4.19	Surface libre dans le régime S_d	85
4.20	Surface libre dans le régime S_e	86
4.21	Profil de la surface libre et nombre de Froude local pour le régime S_e	86
4.22	Régimes d'ondes de surface dans le plan $\{\alpha, F_0\}$ pour une gaussienne, lorsque l'état de base est souscritique	87
4.23	Régimes d'ondes de surface pour une gaussienne, lorsque l'état de base est supercritique	88
4.24	Comparaison entre le modèle de Saint Venant linéaire et le profil de surface libre mesuré dans les régimes s_a et S_a	89
4.25	Comparaison entre les régimes expérimentaux et les solutions du modèle de Saint Venant non-linéaire	90
5.1	Lignes de courant pour le point de fonctionnement ($\alpha = 0.1, F_0 = 0.4$), zoom sur le voisinage de l'obstacle	97
5.2	Schématisation d'un cercle limite instable : (a), représentation des lignes de courant (\rightarrow) dans le plan du cercle; (b), représentation des lignes de courant (\rightarrow) dans un plan normal au cercle limite (adapté de Perry et Chong [PC 1987])	98
5.3	Scénario d'une topologie du champ de vitesse moyen possible en amont de l'obstacle : (- - -), points critiques déduits; (-), points critiques mesurés.	99
5.4	Topologie de l'écoulement au voisinage de l'obstacle dans le régime s_a	100
5.5	Lignes de courant pour le point de fonctionnement ($\alpha = 0.18, F_0 = 0.62$)	101
5.6	Topologie de l'écoulement au voisinage de l'obstacle dans le régime T_{vm}^2	101
5.7	Lignes de courant pour le régime s_b	102
5.8	Lignes de courant pour le point de fonctionnement ($\alpha = 0.26, F_0 = 0.66$)	103
5.9	Classification de la topologie du champ de vitesses moyen dans le diagramme de fonctionnement $\{\alpha, F_0\}$	104
5.10	Evolution de la position de la spirale instable, N_2 dans la plan (O, x, z) en fonction du : (a), nombre de Froude, F_0 et (b), facteur de blocage α	105
5.11	Schémas de l'évolution de la topologie du champ de vitesses moyens entre les régimes s_b et s_c : (a), T_{vm}^1 dans le régime s_b ; (b), T_{vm}^2 dans le régime s_c	106
6.1	Influence du facteur de blocage sur l'amplitude de la dépression située en aval de l'obstacle dans les régimes s_a et s_b	111
6.2	Influence du nombre de Froude F_0 sur l'amplitude de la dépression située en aval de l'obstacle dans le régimes s_a	111
6.3	Superposition de l'obstacle apparent et du profil de surface libre dans les régimes s_a et s_b	113
6.4	Champs de vitesses verticales moyennes autour de l'obstacle dans les régimes s_a et s_b	115
6.5	Evolution longitudinale du profil de vitesse verticales moyennes proche de la surface libre dans le régime s_b	116
6.6	Evolution longitudinale du profil de vitesse verticales moyennes proche de la surface libre dans le régime s_a	116
6.7	Classification des régimes pour le demi-cylindre et pour un écoulement dont l'état de base est souscritique	117
7.1	Définition des dimensions caractéristiques du ressaut hydraulique.	121
7.2	Longueur de la zone supercritique, l_s pour $0.61 \leq F_0 \leq 0.66$: (\square), exp. du régime s_c ; (\star), exp. du régime s_d et (\blacklozenge) longueur estimée à l'aide de la relation de Manning (eq. (7.4)).	122

7.3	Nombre de Froude critique, $F_l(x)$ en aval de l'obstacle	123
7.4	Lignes de courant au dessus de l'obstacle apparent dans les régimes s_c et s_d . . .	124
7.5	Typologie des ressauts hydrauliques ondulés selon Chanson et Montes [CM 1995]	125
7.6	Nombre de Froude, F_1 , calculé au pied du ressaut hydraulique (régime s_c) en fonction du facteur de blocage	127
7.7	Classification des ressauts hydrauliques du régime s_c	127
7.8	Evolution de la première longueur d'onde en fonction du nombre de Froude calculé au pied du ressaut hydraulique (régime s_c)	128
7.9	Etude de l'amplitude et de la longueur d'onde moyenne du train d'onde du ressaut ondulé en fonction de α dans le régime s_c	129
7.10	Nombre de Froude, F_1 , calculé au pied du ressaut hydraulique (régime s_d) en fonction du facteur de blocage	130
7.11	Classification des ressauts hydrauliques du régime s_d	131
7.12	Evolution de la longueur d'onde λ_i en fonction de sa position dans le ressaut hydraulique. ($_$), courbe d'équation $\frac{\lambda}{d_{cr}} = 1.615i^{-0.2021}$; (\diamond), $\{\alpha = 0.26, F_0 = 0.66\}$; (\circ), $\{\alpha = 0.34, F_0 = 0.63\}$; (∇), $\{\alpha = 0.5, F_0 = 0.64\}$; (\square), $\{\alpha = 0.6, F_0 = 0.64\}$	132
7.13	Hauteurs conjuguées des ressauts hydrauliques dans les régimes s_c et s_d	133
7.14	Dissipation des ressauts hydrauliques dans les régimes s_c et s_d	135
7.15	Etude de l'angle entre les ressauts hydrauliques obliques et la paroi, θ : ((a), définition de θ ; (b) variation de θ en fonction du nombre de Froude au pied du ressaut hydraulique, F_1	136
7.16	Représentation des régimes S_c et S_d dans le plan des paramètres $\{\alpha_{eq}, F_{eq}\}$. . .	137
8.1	Régime s_b : champ de T_{uw}^* , dans le plan $(O, x, 0, z)$ pour le point de fonctionnement $\{\alpha = 0.24, F_0 = 0.38\}$ et $R_{obs} = 4811$; (-), isocontours $T_{uw}^* = T_{uw}^f$; la ligne blanche représente la ligne de courant délimitant l'obstacle apparent.	143
8.2	Isocontours de $\frac{u'w'}{u_\infty^2}$ dans le sillage proche d'un cylindre dans un écoulement uniforme dont le nombre de Reynolds est 300 : (-), valeurs positives et (- - -), valeurs négatives (Balachandar et coll. [BMN 1997]).	145
8.3	Régime s_c : champ de T_{uw}^* , dans le plan $(O, x, 0, z)$ pour le point de fonctionnement $\{\alpha = 0.25, F_0 = 0.63\}$ et $R_{obs} = 8670$; (-), isocontours $T_{uw}^* = T_{uw}^f$; la ligne blanche représente la ligne de courant délimitant l'obstacle apparent.	145
8.4	Régime s_d : champ de T_{uw}^* , dans le plan $(O, x, 0, z)$ pour le point de fonctionnement $\{\alpha = 0.26, F_0 = 0.66\}$ et $R_{obs} = 8840$; (-), isocontours $T_{uw}^* = T_{uw}^f$; la ligne blanche représente la ligne de courant délimitant l'obstacle apparent.	146
8.5	Champ instantané de vitesses et λ_{ci} dans le régime s_b $\{\alpha = 0.24, F_0 = 0.38\}$	147
8.6	Champ instantané de vitesses et λ_{ci} dans les régimes : (a), s_c $\{\alpha = 0.25, F_0 = 0.63\}$ et (b), s_d $\{\alpha = 0.26, F_0 = 0.66\}$	148
8.7	Visualisations de l'écoulement à l'aval d'un cylindre placé dans un écoulement turbulent ($R_D = 5700$) et uniforme (Anderson et Swewczyk [AS 1997]) : (a), sans plaque de séparation; (b), avec plaque de séparation.	149
8.8	Champ de $\bar{\lambda}_{ci}$, dans le plan $(O, x, 0, z)$ pour le point de fonctionnement $\{\alpha = 0.24, F_0 = 0.38\}$, régime s_b ; les lignes blanches représentent les lignes de courant délimitant l'obstacle apparent et les points critiques N_1 et N_2	150
8.9	Champ de $\bar{\lambda}_{ci}$, dans le plan $(O, x, 0, z)$ pour le point de fonctionnement $\{\alpha = 0.25, F_0 = 0.63\}$, régime s_c ; la ligne blanche représente la ligne de courant délimitant l'obstacle apparent.	151

8.10	Champ de $\bar{\lambda}_{ci}$, dans le plan $(O, x, 0, z)$ pour le point de fonctionnement $\{\alpha = 0.26, F_0 = 0.66\}$, régime s_d ; la ligne blanche représente la ligne de courant délimitant l'obstacle apparent.	151
8.11	Champ de $\bar{\lambda}_{ci}$, focalisation sur la zone de sillage dans le plan $(O, x, 0, z)$ pour : (a), $\{\alpha = 0.25, F_0 = 0.63\}$, régime s_c et (b), $\{\alpha = 0.26, F_0 = 0.66\}$, régime s_d ; (___), la ligne de courant délimitant l'obstacle apparent.	151
8.12	Isocontours de vorticité d'un écoulement laminaire ($R_D = 160$) et uniforme sur un cylindre (Kwon et Choi [KC 1996]) : (a), sans plaque de séparation; (b), avec plaque de séparation.	152
A.1	Classification des points critiques dans le plan $\{P, Q\}$	166
B.1	Tourbillon de Lamb-Oseen : représentations de (a) la vitesse angulaire, $\dot{V}_\theta = \frac{1 - e^{-r^2}}{r^2}$ et (b) la vorticité axiale, $\Omega_\theta = 2e^{-r^2}$	170
B.2	Isovaleurs des λ_{ci} pour le tourbillon de Lamb-Oseen avec un maillage de 121×121 : (a) méthode numérique et (b) solution analytique	171
B.3	Isovaleurs des λ_{ci} pour le tourbillon de Lamb-Oseen avec un maillage de 8×8 : (a) méthode numérique et (b) solution analytique	172

2.1	Valeur des petits paramètres des modèles utilisés pour déterminer les solutions de l'écoulement sur fond plat	23
6.1	Évolution de l'amplitude, de la longueur d'ondes et de la cambrure du train d'onde dans le régime s_b	114
7.1	Calcul des paramètre équivalents, F_{eq} et α_{eq} et estimation de la longueur super-critique, l_s à l'aide de la relation de Manning (eq. (7.4)) dans les régimes S_c et S_d	137

CHAPITRE 1

Introduction générale

Sommaire

1.1	Contexte et objectifs	14
1.2	Analyse dimensionnelle et méthodologie	15
1.3	Organisation du document	16

1.1 Contexte et objectifs

Les écoulements en rivières présentent une grande variété de comportements de leur surface libre. Les variations de bathymétrie et de rugosités, que l'on rencontre tant en milieu naturel (*e.g.* gravats, algues, rochers) que dans les ouvrages fluviaux (*e.g.* passes à poissons, Le Fessant [LeF 2001]), sont souvent à l'origine de cette diversité. Compte tenu de l'influence de l'inhomogénéité de la bathymétrie sur la sélection des phénomènes apparaissant à la surface libre, on peut voir cette interaction bathymétrie/surface libre comme un problème multi-échelles. En effet, en définissant l'échelle intégrale comme étant la hauteur d'eau et l'échelle locale comme étant une hauteur caractéristique de la bathymétrie, une perturbation de l'échelle locale engendre une modification de l'échelle intégrale. C'est ainsi que les macro-rugosités, obstacles multiples dont la dimension verticale caractéristique est de l'ordre de la hauteur d'eau, perturbent sensiblement le profil de surface libre. Par exemple, dans le cas où les macro-rugosités sont réparties périodiquement, on observe, en fonction des conditions d'écoulement, la formation de *roll waves* ou d'ondes de faible amplitude (*e.g.* Le Fessant [LeF 2001], Plumerault [Plu 2005]) dont la dynamique et la structure sont clairement dissemblables. C'est pourquoi, la connaissance de la modification de l'écoulement par la bathymétrie revêt un intérêt majeur dans le cadre de la prévention des catastrophes naturelles (*e.g.* crues), mais aussi dans la préservation de l'environnement et des écosystèmes (*e.g.* passes à poissons permettant leur remontée des fleuves).

Mais l'intérêt porté à l'effet d'une variation de rugosité sur l'écoulement ne se limite pas à la surface libre, et concerne également l'écoulement local au voisinage de l'obstacle. Par exemple, les études de croissance d'algues où se pose la question de l'interaction de la turbulence de l'écoulement avec la végétation subaquatique (*e.g.* Fohti et Caussade [FC 2003]) et les études sur le transport sédimentaire où, par exemple, la compréhension de la migration des dunes sous-marines nécessite une bonne connaissance de l'hydrodynamique locale au voisinage de la dune (*e.g.* Idier [Idi 2002]). Pour ces problématiques, la connaissance de la modification du champ de vitesse due aux variations de rugosités est donc très importante.

L'étude de l'interaction entre un obstacle unique et un écoulement à surface libre permet d'isoler l'effet de l'obstacle et de s'affranchir d'éventuelles interactions entre les obstacles. C'est donc dans l'optique de clairement identifier les mécanismes physiques inhérents à la présence d'un obstacle et leurs conséquences sur l'écoulement à la fois à l'échelle locale et à l'échelle intégrale, que ce travail trouve sa motivation. Une représentation de la configuration étudiée est présentée sur la figure (1.1).

Comprendre l'effet d'un obstacle singulier sur un écoulement à surface libre est un sujet depuis longtemps étudié (*e.g.* Lamb [Lam 1932], Long [Lon 1954]). En particulier, il existe un grand nombre d'analyses asymptotiques (*e.g.* Houghton et Kasahara [HK 1968], Baines [Bai 1995], Dias et Vanden-Broeck [DV 1989]) et numériques (*e.g.* Lamb et Britter [LB 1984], Lowery et Liapis [LL 1999]) qui ont eu pour premier objectif de déterminer des solutions asymptotiques de la forme de la surface libre. Ces modèles asymptotiques résultent de l'introduction de petits paramètres de développement permettant de rendre compte d'une part des effets non-linéaires et de la dispersion d'autre part. Ces petits paramètres sont bien connus pour les écoulements à fond plat mais restent mal définis dans le cas des écoulements en présence de singularités. De plus, les modèles asymptotiques posent le problème de la limite de validité des hypothèses du modèle. Par exemple, l'écoulement potentiel, irrotationnel, simulé par Lowery et Liapis [LL 1999] ne peut pas reproduire la génération de vorticité que provoquent les ressauts hydrauliques déferlants que ces auteurs obtiennent dans certaines de leurs solutions. De plus, en aucun cas les modèles ne contiennent d'informations sur la structure locale de l'écoulement. C'est pourquoi, sur la base d'expériences, nous nous proposons d'apporter des informations quantitatives sur l'écoulement généré par l'obstacle en fonction de sa taille et de sa forme. Ce travail a pour objectif d'améliorer

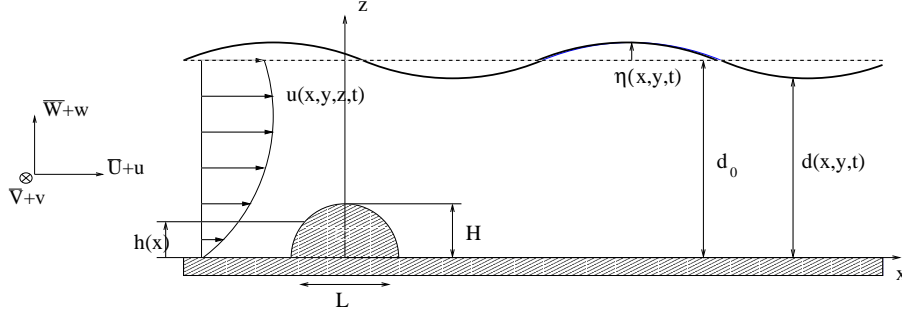


FIGURE 1.1 – Configuration étudiée.

l'efficacité des modèles asymptotiques et de faire le lien entre les conditions de validité des hypothèses nécessaires à la formulation de ces modèles et les caractéristiques de l'écoulement incident sur l'obstacle.

En outre, la connaissance de l'écoulement local au voisinage de l'obstacle intéresse d'autres types d'écoulements. En particulier, lorsque la surface libre est loin de l'obstacle (grande hauteurs d'eau). Par exemple, lors d'études sur les écoulements de couche limite atmosphérique, stratifiés en densité, impactant sur une montagne, l'approche de fluide homogène constitue une étape préliminaire. On peut, par exemple citer les travaux de Long [Lon 1953] et [Lon 1954] et de Baines [Bai 1995], qui adoptent une telle démarche.

Dans ce cadre, nous avons choisi la démarche suivante :

- ❶ Identifier les régimes d'écoulement à partir de la mesure des déformations de la surface libre.
- ❷ Identifier dans quelles gammes de paramètres les modèles asymptotiques prédisent le comportement de la surface libre.
- ❸ Caractériser la dynamique de l'écoulement interne dans le plan médian du canal grâce à l'analyse du champ de vitesses.
- ❹ A partir de la connaissance de la structure interne de l'écoulement et des caractéristiques de la surface libre, déterminer certains mécanismes à l'origine des phénomènes mis en évidence dans les régimes d'ondes de surface.

1.2 Analyse dimensionnelle et méthodologie

1.2.1 Configuration et paramètres du problème

L'écoulement considéré est l'écoulement à surface libre d'un fluide incompressible et homogène en densité au-dessus d'un obstacle bidimensionnel (invariant suivant la direction transversale à l'écoulement) fixé sur le fond d'un canal rectangulaire et lisse (Fig. (1.1)).

Le fluide a pour viscosité cinématique ν et pour masse volumique ρ . La tension de surface est notée γ et l'accélération gravitationnelle g . L'état non-perturbé, c'est à dire sans obstacle, est appelé l'état de base. Il est caractérisé par sa hauteur d'eau, d_0 et sa vitesse débitante moyenne, u_0 , définie par $u_0 = \frac{Q_e}{W_c d_0}$, Q_e étant le débit et W_c la largeur du canal. La hauteur d'eau en présence de l'obstacle est $d(x, y, t) = d_0 + \eta(x, y, t) - h(x, y)$ avec $h(x, y)$ la côte du fond et $\eta(x, y, t)$ la perturbation de la surface libre par rapport à l'état de base. Dans le plan de symétrie ($y = 0$), $d(x, 0, t)$ est notée $d_m(x)$. La vitesse moyenne locale correspondante est $u_m = \frac{Q_e}{W_c d_m}$. L'obstacle a pour longueur (respectivement hauteur) caractéristique L (respectivement H).

1.2.2 Les nombres adimensionnels

Six nombres adimensionnels contrôlent ce problème

- ❶ le nombre de Froude de l'état de base, $F_0 = \frac{u_0}{\sqrt{gd_0}}$, qui rapporte la vitesse moyenne de l'écoulement non perturbé à la vitesse de propagation des ondes de gravité dans l'approximation des ondes longues ;
- ❷ le facteur de blocage, $\alpha = \frac{H}{d_0}$, compare la hauteur de l'obstacle à la hauteur d'eau de l'état de base ;
- ❸ le rapport d'aspect de l'obstacle, $\beta = \frac{H}{L}$, compare la hauteur de l'obstacle à sa longueur caractéristique ;
- ❹ le nombre de Reynolds de l'écoulement en canal, $Re = \frac{4r_H u_0}{\nu}$, où $r_H = \frac{d_0 W_c}{2d_0 + W_c}$ est le rayon hydraulique. Pour l'ensemble des états de base que nous avons considéré, $Re > 2000$, donc l'écoulement est turbulent ;
- ❺ le confinement géométrique, $\Gamma_g = \frac{H}{W_c}$;
- ❻ le nombre de Bond, $B_0 = \frac{\rho g d_0^2}{\gamma}$, qui rapporte les effets dus à la gravité à ceux dus à la tension interfaciale. Compte tenu des ordres de grandeur de d_0 et de γ , $B_0 = \mathcal{O}(10^3)$, ce qui permet de négliger les effets de tension interfaciale.

1.2.3 Démarche expérimentale

Trois méthodes d'investigation ont été mises en œuvre. Les mesures par sondes capacitatives et par ombroscopie sont utilisées pour déterminer la position de la surface libre, utilisée pour la classification en régimes d'ondes de surface ainsi que pour la mesures de grandeurs caractéristiques des ondes. Les mesures des champs de vitesses locaux instantanés, par vélocimétrie par images de particules, permettent de déterminer la topologie du champ de vitesse moyen ainsi que d'analyser la structure turbulente de l'écoulement.

1.3 Organisation du document

Ce document est organisé en neuf chapitres :

Le chapitre 2 est consacré à la présentation de solutions des modèles asymptotiques dérivés de l'écoulement potentiel, à partir d'une analyse de la littérature. En particulier, ce chapitre comprend une classification, dans le plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$, des régimes de solutions pour chaque modèle asymptotique.

La présentation du dispositif expérimental ainsi que la description des méthodes d'investigation font l'objet du troisième chapitre.

Dans le quatrième chapitre, nous établissons expérimentalement une classification, dans le plan $\{\alpha, F_0\}$, des régimes d'écoulements. Ces régimes sont définis à partir de critères établis suivant les caractéristiques des ondes de surface. Ensuite, cette classification est discutée par rapport à celles obtenues avec les modèles asymptotiques du chapitre 2.

Dans le cinquième chapitre, une seconde classification, basée sur l'analyse de la topologie du champ de vitesse moyen au voisinage de l'obstacle, est proposée. L'objectif est d'une part de caractériser l'écoulement moyen et d'autre part d'en extraire des éléments permettant d'expliquer certains comportements de la surface libre. En outre, cette classification est comparée à celle des régimes d'onde de surface obtenue dans le chapitre 4.

Dans les chapitres 6 et 7, les mesures expérimentales de la position de la surface libre et des champs de vitesses bidimensionnels sont utilisés afin d'interpréter les divers phénomènes mis en évidence au niveau de la surface libre dans le chapitre 4. En particulier, dans le chapitre 6, on étudie les régimes d'ondes de surface pour lesquels aucun ressaut hydraulique n'est observé. Dans

le chapitre 7, l'origine et la structure spatiale des ressauts hydrauliques sont analysées. Dans ces deux chapitres, l'accent de l'analyse est mis sur le cas où l'état de base est souscritique et une extension vers le cas dont l'état de base est supercritique y est proposée.

Le huitième chapitre se concentre sur la dynamique de l'écoulement local à l'aval immédiat de l'obstacle. Nous y développons notamment une analyse de la structure turbulente de l'écoulement ainsi que l'étude des champs de vitesses bidimensionnels instantanés.

Enfin, une conclusion est proposée au neuvième chapitre.

CHAPITRE 2

Ondes de surface en présence d'un obstacle

Sommaire

2.1	Ecoulement potentiel	20
2.2	Paramètres des développements asymptotiques	22
2.3	Equations de Saint-Venant	25
2.4	Saint Venant linéaire	25
2.5	Saint Venant non-linéaire	27
2.6	Ecoulement potentiel linéaire	31
2.7	Ecoulement potentiel non-linéaire	34
2.8	Equations de Boussinesq à fond plat	40
2.9	Korteweg-de Vries à fond plat	40
2.10	Korteweg-de Vries forcé	43

Introduction

Sous les hypothèses d'écoulement irrotationnel de fluide non-visqueux, le système de Navier-Stokes se réduit au système d'équations régissant les écoulements potentiels. De cette théorie potentielle sont dérivés les différents modèles asymptotiques qui ont été proposés pour l'étude des ondes de surface et que nous comparerons à nos résultats expérimentaux. Afin d'établir ces théories des ondes de surface, des paramètres de développement sont introduits. Lorsque ces paramètres sont petits, les régimes asymptotiques sont atteints et conduisent à quatre états possibles de la solution ondulatoire : linéaire/non-linéaire d'une part et dispersive/non-dispersive d'autre part. Il s'agit, dans le présent chapitre, d'introduire les différents modèles issus du système potentiel et de déterminer quelles sont les limites d'application de ces théories asymptotiques en fonction des paramètres de l'écoulement. Les solutions associées à chaque modèle pour l'écoulement au-dessus d'un obstacle sont ensuite présentées et classées dans un plan de paramètres, $\{\alpha, F_0\}$, où F_0 est le nombre de Froude de l'état de base et α , le facteur de blocage.

2.1 Ecoulement potentiel

L'objectif dans cette partie est d'introduire les équations de l'écoulement potentiel ainsi que les conditions aux limites associées afin de définir, dans le paragraphe 2.2, les paramètres de l'analyse asymptotique. La relation de dispersion obtenue dans le cas où l'écoulement potentiel est linéaire est également introduite dans cette partie. Par la suite, cette relation sera utilisée dans la définition des paramètres de développement asymptotique caractérisant les effets dus à la dispersion des ondes. Par contre, les solutions de l'écoulement potentiel en présence de l'obstacle font l'objet du paragraphe 2.6.

2.1.1 Equations de base

Pour l'écoulement à surface libre au-dessus d'un obstacle fixe considéré dans ce manuscrit, le domaine fluide est délimité, suivant \mathbf{z} , par la surface libre d'une part et la paroi du fond d'autre part (voir la représentation de ce domaine fluide proposée sur la figure (1.1)). Dans ce domaine fluide, les équations de Navier-Stokes se simplifient pour un écoulement irrotationnel de fluide incompressible et non-visqueux en un système potentiel. Ce système d'équations s'écrit sous forme conservative :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p - \mathbf{g} \quad (2.2)$$

avec $\mathbf{u} = (u(x, y, z, t), v(x, y, z, t), w(x, y, z, t))$ et g la gravité. A ce système d'équations, sont associées des conditions aux limites (paragraphe 2.1.2) et initiales. A l'instant initial, le fluide est au repos ($\mathbf{u} = \mathbf{0}$) et la surface libre est non perturbée (écoulement sans obstacle).

On introduit le potentiel des vitesses, ϕ , tel que $\mathbf{u} = \nabla\phi$, le système $\{(2.1), (2.2)\}$ se réécrit :

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla\phi)^2 + \frac{p}{\rho} + gz = C(t) \quad (2.4)$$

avec $C(t)$ une constante que l'on détermine avec la condition à la limite à la surface libre sur la pression, $p(x, y, z = d_0 + \eta(x, y, t), t) = p_0$. On en déduit donc que $C(t) = \frac{p_0}{\rho}$. La relation de Bernoulli est alors obtenue :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla \phi)^2 + \frac{p_0 - p}{\rho} + gz = 0 \quad (2.5)$$

2.1.2 Conditions aux limites :

Le système d'équations {(2.3) et (2.5)} est complété par des conditions aux limites sur la vitesse à la surface libre et aux parois. Ces conditions aux limites sont :

➤ condition cinématique au fond

$$w = \mathbf{u} \cdot \nabla h \quad \text{en } z = h(x, y), \quad (2.6)$$

➤ condition cinématique à la surface libre

$$w = \frac{D\eta}{Dt} \quad \text{en } z = d_0 + \eta(x, y, t), \quad (2.7)$$

➤ condition dynamique à la surface libre

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\nabla \phi^2 + g\eta = cte \quad \text{en } z = d_0 + \eta(x, y, t). \quad (2.8)$$

2.1.3 Relation de dispersion

On recherche dans ce paragraphe des solutions sous la forme d'ondes progressives linéaires. Il convient donc de linéariser le problème, nous décomposons le potentiel des vitesses ainsi : $\phi = u_0 x + \tilde{\phi}$ avec $\tilde{\phi}$ la perturbation du potentiel des vitesses. On vérifie bien que $\nabla \phi = u_0 + \tilde{u}$ où $\tilde{u} = \nabla \tilde{\phi}$.

A l'aide de ce changement de variables, l'équation du problème potentiel (2.3) devient, dans le plan (x, z) :

$$\nabla^2 \tilde{\phi} = 0 \quad (2.9)$$

Les conditions aux limites (2.6) à (2.8) se réécrivent à l'aide de $\tilde{\phi}$:

➤ condition cinématique au fond

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial z} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + u_0 \frac{\partial}{\partial x} \right) h(x), \quad \text{en } z = \mathcal{O}(\varepsilon), \quad (2.10)$$

➤ condition cinématique à la surface libre

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial z} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + u_0 \frac{\partial}{\partial x} \right) \eta \quad \text{en } z = d_0, \quad (2.11)$$

➤ condition dynamique à la surface libre

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} + u_0 \frac{\partial \phi'}{\partial x} + g\eta = 0 \quad \text{en } z = d_0. \quad (2.12)$$

où ε est un petit paramètre.

En cherchant une solution à ce système linéaire sous la forme d'une onde progressive, $\tilde{\phi}(x, z, t) = \varphi(z)e^{i(kx - \omega t)} + c.c.$, on obtient (*e.g.* Lighthill [Lig 1978]), pour un écoulement uniforme, des solutions vérifiant la relation de dispersion suivante :

$$\omega^2 = gk \tanh(kd_0), \quad (2.13)$$

où ω est la pulsation associée aux ondes de nombre d'onde horizontal caractéristique $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ (λ est la longueur d'onde).

2.2 Paramètres des développements asymptotiques

Les modèles asymptotiques dérivés de ces équations nécessitent l'introduction de paramètres de développement. Avant de définir ceux de l'écoulement au-dessus d'un obstacle nous allons déterminer les paramètres utilisés pour modéliser le cas de l'écoulement sur fond plat.

2.2.1 Ecoulement sur fond plat

L'écoulement sur fond plat est caractérisé par trois paramètres géométriques de longueur : une amplitude caractéristique de l'onde, a , une longueur d'onde caractéristique, λ et une hauteur d'eau, d_0 . Dans le plan horizontal, (x, y) , λ constitue l'échelle de longueur et $c_0 = \sqrt{gd_0}$, une échelle caractéristique de vitesse. Suivant l'axe vertical, z , d_0 est l'échelle de longueur et $\frac{d_0}{\lambda}c_0$, constitue l'échelle caractéristique de vitesse (*e.g.* Johnson [Joh 1997]). A partir de ces échelles caractéristiques, les paramètres adimensionnels suivants sont définis :

$$\left. \begin{aligned} x^* &= \frac{x}{\lambda}, \quad y^* = \frac{y}{\lambda}, \quad z^* = \frac{z}{d_0}, \quad t^* = \frac{c_0 t}{\lambda}, \quad u^* = \frac{u}{c_0}, \\ v^* &= \frac{v}{c_0}, \quad w^* = \frac{w\lambda}{c_0 d_0}, \quad \eta^* = \frac{\eta}{a}, \quad p^* = \frac{p}{\rho c_0^2} \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

D'après Johnson [Joh 1997], la pression peut se réécrire, (les \star sont omis pour alléger l'écriture) :

$$p = \frac{1}{\rho g d_0} [p_0 + \rho g (d_0 - z)] + \tilde{p}, \quad (2.15)$$

où le terme \tilde{p} représente l'écart à l'hydrostaticité.

En réécrivant avec les variables adimensionnelles le système $\{(2.1), (2.2)\}$, on obtient le système d'équation suivant (les \star sont omis pour alléger l'écriture) :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.16)$$

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x}, \quad \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial y}, \quad \frac{d_0^2}{\lambda^2} \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial z} \quad (2.17)$$

A l'aide du nombre d'onde horizontal, k , introduit dans le paragraphe 2.1.3, on obtient l'égalité $\frac{d_0}{\lambda} = \frac{1}{2\pi} k d_0$. La troisième équation de (2.17) peut alors se réécrire

$$\frac{(k d_0)^2}{4\pi^2} \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial z}. \quad (2.18)$$

Cette équation (2.18) montre que le terme $k d_0$ détermine le caractère hydrostatique de l'écoulement (si $k d_0 \ll 1$ alors $\tilde{p} \rightarrow 0$). En outre, le terme $k d_0$ apparaît également dans la relation de dispersion des ondes du problème potentiel linéaire (eq.(2.13)) qui permet d'étudier deux régimes asymptotiques : $k d_0 \ll 1$ et $k d_0 \gg 1$.

➤ Lorsque $k d_0 \ll 1$ (approximation des ondes longues) :

Le terme $\tanh(k d_0)$ est équivalent à $k d_0$. En conséquence, la célérité des ondes, $c = \frac{\omega}{k}$ est $c = \sqrt{g d_0} = c_0$. Les ondes sont donc non-dispersives. Ce type d'écoulement est appelé écoulement en eaux peu profondes (*shallow water flow*).

➤ Lorsque $k d_0 \gg 1$ (approximation des ondes courtes) :

Le terme $\tanh(k d_0)$ est équivalent à 1. La célérité des ondes est donc $c = \sqrt{\frac{g}{k}}$. Les ondes sont alors dispersives. Il s'agit du régime d'écoulement en eaux très profondes.

Modèle	$\frac{a}{d_0} = \alpha_p$	$\frac{d_0}{\lambda} = \beta_p$
Saint-Venant linéaire	$\mathcal{O}(\varepsilon)$	$\mathcal{O}(\varepsilon)$
Saint-Venant non-linéaire	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(\varepsilon)$
Potentiel linéaire	$\mathcal{O}(\varepsilon)$	$\mathcal{O}(1)$
Potentiel non-linéaire	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(1)$
Korteweg- de-Vries	$\mathcal{O}(\varepsilon)$	$\mathcal{O}(\varepsilon)$

TABLE 2.1 – Valeur des petits paramètres $\{\frac{a}{d_0}$ et $\frac{d_0}{\lambda}\}$ dans les modèles : $\mathcal{O}(\varepsilon)$ paramètre infinitésimal ($\mathcal{O}(\varepsilon) \ll 1$), $\mathcal{O}(1)$ paramètre d'ordre 1

Lighthill [Lig 1978], propose une discussion plus détaillée sur ces deux approximations. Le paramètre $\frac{d_0}{\lambda}$ permet donc de rendre compte des effets dus à la dispersion des ondes et à la non-hydrostaticité de l'écoulement.

En utilisant les variables sans dimension introduites en (2.14), on peut également adimensionner les conditions aux limites cinématiques et dynamiques à la surface libre (eqs. (2.7) et (2.8)). Celles-ci se réécrivent ainsi (les \star sont omis) :

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{a}{d_0} \left[\frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial z} \right] \quad \text{en } z = 1 + \frac{a}{d_0} \eta, \quad (2.19)$$

et

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{a}{2d_0} \left[kd_0 \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{1}{kd_0} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{1}{kd_0} \eta = cte \quad \text{en } z = 1 + \frac{a}{d_0} \eta, \quad (2.20)$$

A l'aide de ces deux dernières relations, on observe que si $\frac{a}{d_0} \rightarrow 0$, alors les termes d'ordre 2 $\rightarrow 0$ et donc le problème potentiel, $\{(2.3) \text{ et } (2.5)\}$, se linéarise.

Le paramètre $\frac{a}{d_0}$, qui apparaît dans les équations (2.19) et (2.20) permet donc de rendre compte des effets non-linéaires.

En résumé, les deux petits paramètres utilisés dans les développements asymptotiques des écoulements sur fond plat sont $\frac{a}{d_0}$, caractérisant l'amplitude de la perturbation de la surface libre et $\frac{d_0}{\lambda}$, caractérisant sa longueur d'onde. De ces deux paramètres sont définis deux types de théories asymptotiques : (i) $\frac{a}{d_0} \ll 1$, le problème peut être linéarisé, (ii) $\frac{d_0}{\lambda} \ll 1$, les ondes solutions du problème sont non-dispersives. Par ailleurs, on note désormais $\alpha_p = \frac{a}{d_0}$ et $\beta_p = \frac{d_0}{\lambda}$. Sur le tableau (2.1) sont données les valeurs de ces deux paramètres pour différents modèles d'écoulements à fond plat considérés dans la suite de ce chapitre.

2.2.2 Ecoulement sur fond inhomogène

En présence d'un obstacle singulier placé sur le fond, on se propose de caractériser l'écoulement par deux paramètres géométriques de longueur additionnels : H et L , hauteur et longueur

caractéristiques de l'obstacle. On peut alors définir quatre nombres adimensionnels. En reprenant les échelles caractéristiques de longueur (λ selon \mathbf{x} et \mathbf{y} , d_0 suivant \mathbf{z}) et de vitesses (c_0 selon \mathbf{x} et \mathbf{y} , $\frac{d_0 c_0}{\lambda}$ suivant \mathbf{z}) introduites dans le cas où le fond est lisse (paragraphe 2.2.1) auxquelles sont ajoutées deux échelles de longueur liées à l'obstacle : H selon la direction verticale et L dans le plan (x, y) .

A partir de ces échelles caractéristiques, les paramètres adimensionnels suivant sont définis :

$$\left. \begin{aligned} x^* &= \frac{x}{\lambda}, \quad y^* = \frac{y}{\lambda}, \quad z^* = \frac{z}{d_0}, \quad t^* = \frac{c_0 t}{\lambda}, \quad u^* = \frac{u}{c_0}, \\ v^* &= \frac{v}{c_0}, \quad w^* = \frac{w \lambda}{c_0 d_0}, \quad \eta^* = \frac{\eta}{a}, \quad h^* = \frac{h}{H}. \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

En utilisant les paramètres sans dimension ci-dessus (eq. (2.21)), les équations du mouvement et les conditions à la limite à la surface libre adimensionnelles restent les équations $\{(2.16) \text{ à } (2.20)\}$. A celles-ci s'ajoute la condition à la limite au fond (eq. (2.6)), qui se réécrit (les \star sont omis) :

$$w = \frac{H}{d_0} \mathbf{u} \cdot \nabla h \quad \text{en} \quad z = \frac{H}{d_0} h(x, y) \quad (2.22)$$

Cette relation (2.22) indique que le facteur de blocage, $\alpha = \frac{H}{d_0}$, constitue le troisième paramètre adimensionnel de l'étude.

Dans la définition du dernier paramètre intervient la longueur de l'obstacle. En effet, la forme de l'obstacle peut s'écrire sous la forme proposée par Grimshaw et Smyth [GS 1986] :

$$h(x) = H f(x, L) \quad (2.23)$$

avec $f(x, L)$ une fonction définissant la forme de l'obstacle. L'expression (2.23) peut se réécrire sous forme adimensionnelle (les \star sont omis) :

$$h(x) = \frac{H}{d_0} f\left(\frac{x}{H}, \frac{L}{H}\right) \quad (2.24)$$

On peut donc faire apparaître un terme $\frac{L}{H} = \frac{1}{\beta}$ où β est le rapport d'aspect de l'obstacle. Ainsi nous choisissons β comme le quatrième paramètre adimensionnel du problème.

Nous avons donc introduit deux paramètres supplémentaires dans le cas où l'obstacle est présent, α et β . Ceux-ci sont alors inclus dans la discussion portant sur les modèles asymptotiques. Contrairement au cas à fond plat, la seule écriture des équations ne permet pas d'obtenir directement sur quelles propriétés des solutions ondulatoires jouent ces deux paramètres. A l'issue du présent paragraphe, cette question reste donc en suspens et n'est pas non plus clarifiée dans la littérature. Un des objectifs du travail va être d'identifier quelles propriétés des solutions sont contrôlées par α et β , en vue de les intégrer dans les modélisations.

A cette fin, les modèles asymptotiques que nous allons présenter dans les paragraphes suivants sont définis en fonction des valeurs des quatre paramètres $\{\alpha, \beta, \alpha_p \text{ et } \beta_p\}$. Leur prise en compte permet d'établir des systèmes d'équations qui mettent en évidence d'une part l'influence des effets non-linéaires et des effets dispersifs d'autre part. Passer d'un modèle à l'autre revient à changer la valeur d'un ou plusieurs de ces paramètres. Les modèles de Saint-Venant (linéaires et non-linéaires) servent dans l'étude de l'effet des non-linéarités sous l'hypothèse d'un écoulement

en eaux peu profondes. De même, la comparaison entre les modèles potentiels linéaires et non-linéaires est utile à l'analyse de l'hypothèse de linéarité de l'écoulement. Le modèle de Korteweg-de Vries forcé détermine les solutions du cas faiblement dispersif et faiblement non-linéaire. La comparaison entre les modèles potentiel et de Saint-Venant montre les effets dus à la dispersion. Enfin, le modèle de Korteweg de Vries étendu est une extension du modèle de Korteweg-de Vries forcé où l'ordre des non-linéarité est plus grand que celui de la dispersion. Les différents modèles cités ici vont faire l'objet des paragraphes suivants de ce chapitre.

2.3 Equations de Saint-Venant

Lorsque $\beta_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$, l'écoulement est hydrostatique et les ondes non dispersives. L'hydrostaticité de l'écoulement induit des accélérations verticales négligeables. Cela implique donc que $\frac{Dw}{Dt} \rightarrow 0$ et ainsi, la pression hydrostatique s'écrit :

$$p(x, y, z, t) = p_0 + \rho g(d_0 + \eta(x, y, t) - z). \quad (2.25)$$

A l'aide de cette expression de la pression, la conservation de la quantité de mouvement (eq.(2.17)) se réécrit dans les deux directions horizontales :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -g \frac{\partial \eta}{\partial y}. \quad (2.27)$$

Dans le cas d'un écoulement uniforme, les composantes u et v de la vitesses sont indépendantes de z (si, à l'instant initial, les vitesses u et v sont indépendantes de z , alors elles le restent car $\frac{\partial p}{\partial z} = 0$). Les équations (2.26) et (2.27) se simplifient donc :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g \frac{\partial \eta}{\partial y}. \quad (2.29)$$

En intégrant l'équation de continuité (2.16) à l'aide des conditions aux limites cinématiques à la surface libre et à la paroi (eq. (2.6) et (2.7)), on obtient l'équation de conservation suivante (Stoker [Sto 1957]) :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial(du)}{\partial x} + \frac{\partial(dv)}{\partial y} = 0. \quad (2.30)$$

Le système d'équations $\{(2.28), (2.29), (2.30)\}$ forme donc le "système de Saint-Venant" [Sai 1871]. Pour de faibles amplitudes de la perturbation de la surface libre, $\alpha_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$, on peut linéariser ce système.

2.4 Saint Venant linéaire ($\alpha_p = \mathcal{O}(\varepsilon), \beta_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$)

Nous cherchons la solution unidimensionnelle suivant la direction de l'écoulement. On obtient ainsi une équation en $\eta(x, t)$ (e.g. Baines [Bai 1995]) :

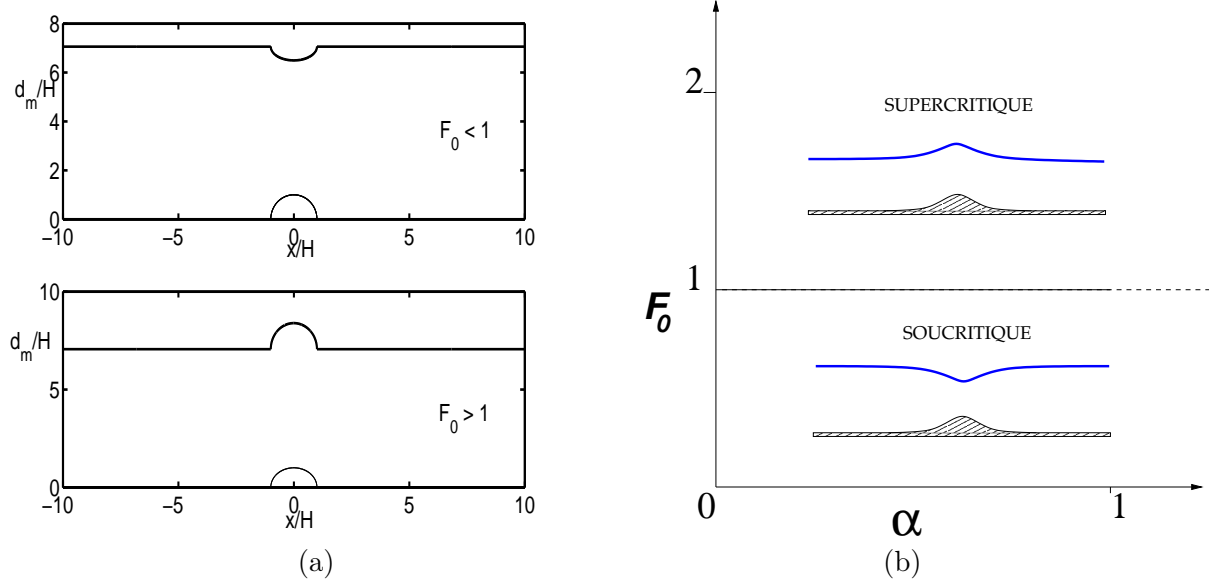


FIGURE 2.1 – Solutions du système de Saint-Venant linéaire : (a), solutions aux temps longs ; (b), plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_0^2 \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \eta - g d_0 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = u_0^2 \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}, \quad (2.31)$$

associée à des conditions initiales et aux limites. Cette équation peut se réécrire en fonction de F_0 :

$$F_0^2 \left(\frac{\partial}{u_0 \partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \eta - \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = F_0^2 \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}. \quad (2.32)$$

L'équation (2.32) admet pour solution (pour $F_0 \neq 1$),

$$\eta = \frac{F_0^2}{F_0^2 - 1} h(x) + \frac{1}{2} \left[\frac{h(x - (u_0 + \sqrt{g d_0})t)}{F_0 + 1} - \frac{h(x - (u_0 - \sqrt{g d_0})t)}{F_0 - 1} \right]. \quad (2.33)$$

A l'instant où le système est mis en mouvement, des phénomènes transitoires sont observés à la surface libre. Il s'agit d'ondes se propageant vers l'amont (de célérité, $c = u_0 - \sqrt{g d_0}$) et vers l'aval (de célérité, $c = u_0 + \sqrt{g d_0}$) de l'obstacle dans le cas où l'état de base est souscritique ($F_0 < 1$). Pour un état de base supercritique ($F_0 > 1$), ces ondes se propagent dans le même sens, vers l'aval de l'obstacle. Aux temps longs, les ondes propagées n'apparaissent plus dans la solution. La figure (2.1.a) présente les deux solutions de l'équation (2.33) aux temps longs. Lorsque $F_0 < 1$, une dépression est observée au dessus de l'obstacle ($\eta \leq 0$). De même, pour $F_0 > 1$, une surélévation de la surface libre au-dessus de l'obstacle est mise en évidence ($\eta \geq 0$). Ces deux comportements de la surface libre ont été observés expérimentalement, par exemple, par Long [Lon 1954] et Lawrence [Law 1987].

Dans le cas où $F_0 = 1$, la solution de l'équation (2.32) est :

$$\eta = \frac{u_0 t}{2} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{4} h(x - 2u_0 t) + \frac{3}{4} h(x) \quad (2.34)$$

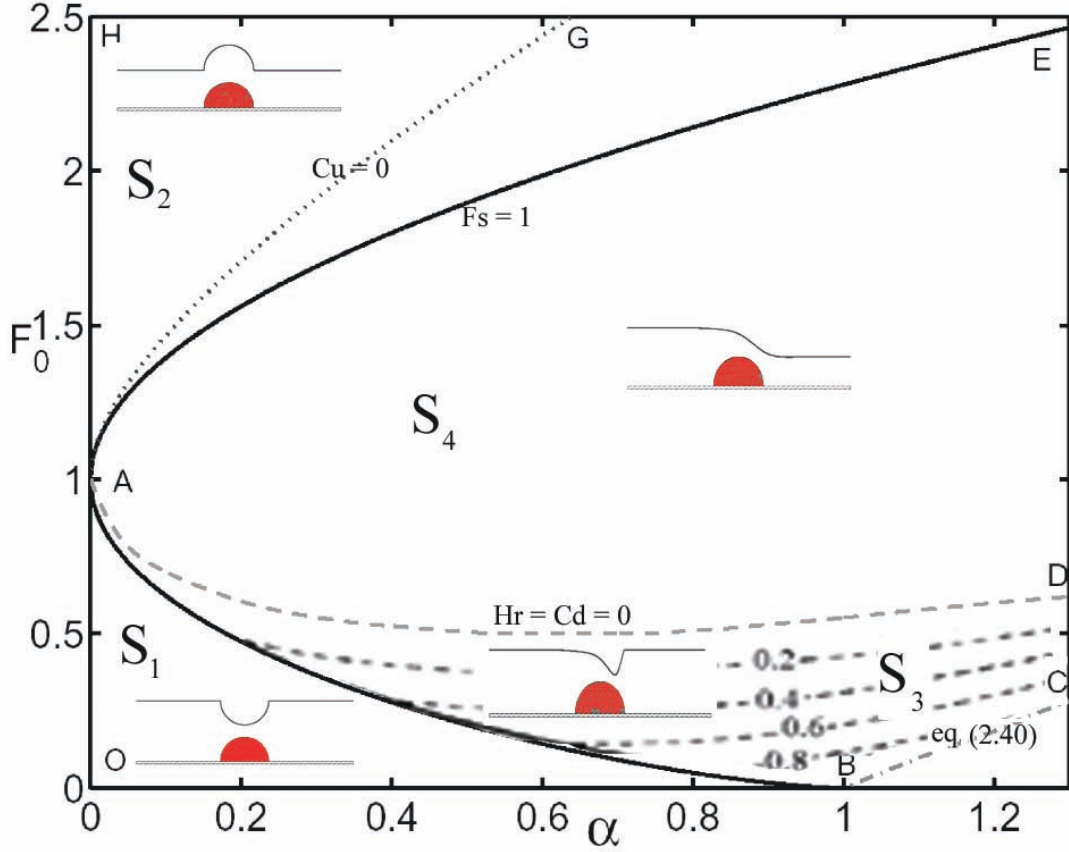


FIGURE 2.2 – Plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$ et régimes d’ondes de surface pour le modèle de Saint-Venant non-linéaire (d’après Baines [Bai 1995]). Dans la région $(ABCD)$, (- - -), position du ressaut hydraulique au droit de l’obstacle, H_r , (adapté de Houghton et Kasahara [HK 1968]).

Cette solution est discontinue au dessus de l’obstacle ($x = 0$) et la discontinuité correspond à la formation d’un ressaut hydraulique sur l’obstacle.

Sur la figure (2.1.b), la classification des solutions du modèle de Saint-Venant linéaire sont représentées dans le plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$.

2.5 Saint Venant non-linéaire ($\alpha_p = \mathcal{O}(1), \beta_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$)

Afin d’étudier les effets non-linéaire, le système de Saint-Venant, $\{(2.28), (2.30)\}$ est réécrit en une dimension :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial d}{\partial t} + \frac{\partial(du)}{\partial x} = 0 \quad (2.36)$$

Aux temps longs, quatre types de solutions peuvent être admises par ce système d’équations $\{(2.35), (2.36)\}$ au voisinage de l’obstacle.

Les domaines d’apparition de ces solutions proposés par Baines [Bai 1995] pour un écoulement uniforme au-dessus d’un obstacle de faible rapport d’aspect ($\beta = \mathcal{O}(\varepsilon)$) sont représentés dans le

plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$ de la figure (2.2). Nous nous proposons dans la suite de ce paragraphe de décrire chaque régime de ce diagramme ainsi que leurs frontières.

2.5.1 Les courbes du diagramme

Le but ici est de présenter les différentes courbes du diagramme de la figure (2.2). Ces courbes constituent les frontières entre les divers régimes d'écoulement obtenus à l'aide du modèle de Saint-Venant non-linéaire.

- En écrivant le système $\{(2.35), (2.36)\}$ sous forme stationnaire, Long [Lon 1954] et Baines [Bai 1995] montrent que le nombre de Froude local de l'écoulement au sommet de l'obstacle est $F_s = \frac{u_0}{\sqrt{gd(x=0)}} = 1$. L'écoulement est alors critique au sommet de l'obstacle. Cette condition se traduit par une relation entre le nombre de Froude de l'état de base, F_0 et le facteur de blocage, α :

$$\alpha = 1 - \frac{3}{2}F_0^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{2}F_0^2 \quad (2.37)$$

La courbe (BAE) de la figure (2.2) est la représentation de la relation (2.37) dans le plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$.

- Parmi les solutions mises en évidence, certaines admettent un ressaut hydraulique pouvant être situé soit en amont, soit en aval de l'obstacle. Un ressaut hydraulique se formant à l'aval de l'obstacle est animé d'une vitesse de propagation c_d et un ressaut hydraulique se formant à l'amont de l'obstacle possède une vitesse de propagation c_u . D'après Houghton et Kasahara [HK 1968], les vitesses c_d et c_u sont données par les relations suivantes :

$$(u_b + c_d)^2 = \frac{gd_c}{2} \left(1 + \frac{d_c}{d_b}\right) \quad (2.38)$$

et

$$(u_0 + c_u)^2 = \frac{gd_a}{2} \left(1 + \frac{d_a}{d_0}\right), \quad (2.39)$$

où les hauteurs d'eau d_a et d_0 sont les hauteurs conjuguées d'un ressaut hydraulique amont, d_b et d_c celles d'un ressaut hydraulique aval et u_b la vitesse de la couche de fluide de hauteur d_b . Ces variables sont représentées sur les figures (2.3.i) et (2.3.ii).

Sur la figure (2.2), la courbe (AG) , définie pour $F_0 > 1$, représente la solution $c_u = 0$ pour laquelle le ressaut hydraulique amont est stationnaire (courbe mise en évidence par Long [Lon 1970]). De même, dans le cas où $F_0 < 1$, la courbe (AD) représente la solution $c_d = 0$ pour laquelle le ressaut hydraulique aval est stationnaire.

- Pour les points de fonctionnement situés sous la courbe (BC') dont l'équation est

$$F_0 = (\alpha - 1)\sqrt{\frac{1 + \alpha}{2\alpha}}, \quad (2.40)$$

l'écoulement est bloqué, *i.e.* la hauteur d'eau est plus faible que la hauteur de l'obstacle. Ce type d'écoulement est observé lorsque $\alpha > 1$.

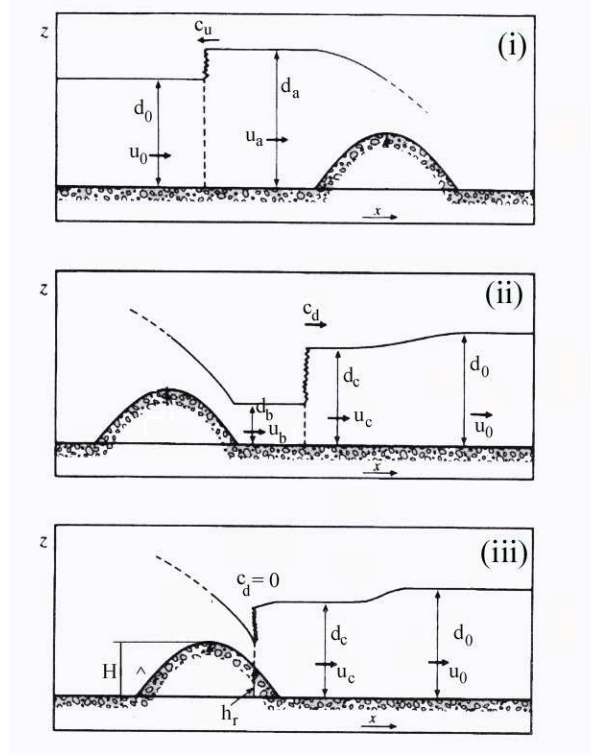


FIGURE 2.3 – Définitions des vitesses et des dimensions caractéristiques au voisinage de l'obstacle (adapté de Baines [Bai 1995]).

2.5.2 Solutions sans ressaut hydrauliques (régions (OBA) et (AHG))

Dans les régions (OBA) et (AHG) (Fig. (2.2)) il n'apparaît pas de ressaut hydraulique dans les solutions.

Dans la région (OBA) , au sein de laquelle l'état de base est souscritique ($F_0 < 1$), la solution du système $\{(2.35), (2.36)\}$ est partout souscritique ($F_l(x) = \frac{u_0}{\sqrt{gd(x)}} < 1$). Le profil de surface libre de la solution possède une dépression au dessus de l'obstacle. Dans cette région on observe donc qualitativement le même comportement de la surface libre que celui représenté sur la figure (2.1.a), solution du modèle de Saint-Venant linéaire. Ces solutions sont notées S_1 sur la figure (2.2).

Dans la région (AHG) , au sein de laquelle l'état de base est supercritique ($F_0 > 1$), la solution du système $\{(2.35), (2.36)\}$ est partout supercritique ($F_l(x) = \frac{u_0}{\sqrt{gd(x)}} > 1$). Le profil de surface libre de la solution possède une dépression au dessus de l'obstacle. Cette solution a donc une dynamique qualitativement similaire à celle que l'on observe dans le cas de la solution du modèle de Saint-Venant linéaire pour un écoulement supercritique (Fig. (2.1.a)). Ces solutions sont notées S_2 sur la figure (2.2).

2.5.3 Solutions avec ressauts hydrauliques à l'aval de l'obstacle (régions (DAE) et $(CBAD)$)

Les points de fonctionnement de la figure (2.2) situés à l'intérieur de la courbe $(CBAE)$, sont tels que la solution stationnaire est souscritique en amont de la crête de l'obstacle et supercritique à l'aval de celle-ci. En aval de cette zone supercritique, un ressaut hydraulique, de célérité c_d , se forme.

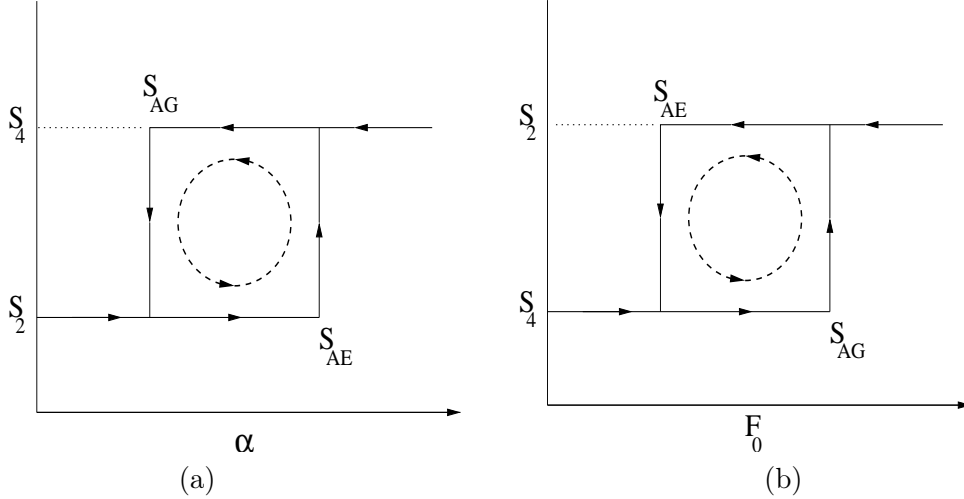


FIGURE 2.4 – Boucle d’hystérésis entre les deux solution stables, S_2 et S_4 de la région (EAG) : (a), F_0 fixé, α varie; (b), α fixé, F_0 varie. Les points S_{AE} et S_{AG} sont situés respectivement sur les courbes (AE) et (AG) du plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$

Si cette célérité, c_d , est positive, le ressaut hydraulique s’éloigne de l’obstacle et disparaît de la solution stationnaire. La solution obtenue aux temps longs est souscritique en amont de l’obstacle et supercritique en aval de celui-ci. Dans le plan $\{\alpha, F_0\}$ (Fig. (2.2)), les points de fonctionnement de la région (EAD) admettent une telle solution, notée S_4 .

Par contre, lorsque la célérité du ressaut hydraulique, c_d , est négative, le ressaut se rapproche de la crête de l’obstacle. Aux temps longs, $c_d \rightarrow 0$, ainsi le ressaut hydraulique se positionne au-dessus de l’obstacle entre sa crête et son extrémité aval. Il existe alors une hauteur de l’obstacle, $h_r < H$, au droit de la position du ressaut hydraulique, pour laquelle celui-ci est stationnaire ($c_d = 0$). Cette hauteur, h_r est représentée sur la figure (2.3.iii). Les points de fonctionnement du diagramme de la figure (2.2) pour lesquels un tel comportement de solution est mis en évidence sont situés dans la région ($BADC$) (solutions notée S_3). En introduisant le paramètre adimensionnel $H_r = \frac{h_r}{H}$, Houghton et Kasahara [HK 1968] obtiennent le diagramme des valeurs de H_r , dans la région ($CBAD$), en fonction des valeurs des paramètres F_0 et α (Fig. (2.2)). On observe que la courbe (AD) correspond à la fois à $c_d = 0$ et $H_r = 0$, ce qui signifie que sur cette courbe, le ressaut hydraulique stationnaire de la solution asymptotique est positionné à l’extrémité aval de l’obstacle.

2.5.4 Solutions dans la région (EAG)

Deux types de solutions peuvent exister dans la solution du plan des paramètres (EAG) : soit les solutions S_2 , soit les solutions S_4 . Entre ces deux types de solutions, il existe une boucle d’hystérésis.

Sur les figures (2.4.a) et (2.4.b), sont représentées les boucles d’hystérésis que l’on peut mettre en évidence en fonction des valeurs de F_0 et α . Pour F_0 fixé et α augmente de 0 à 1, la solution du système est tout d’abord supercritique (S_2). Lorsque la valeur de α est telle que le point de fonctionnement dont on cherche la solution appartienne à la courbe (AE) (point S_{AE} sur la figure (2.4.a)), le système bascule vers une solution souscritique à l’amont, supercritique à l’aval (S_4). De même, pour F_0 fixé et α diminue de 1 à 0, la solution du système est tout d’abord de type (S_4). Lorsque la valeur de α est telle que le point de fonctionnement dont on cherche la solution appartienne à la courbe (AG) (point S_{AG} sur la figure (2.4.a)) on observe un basculement d’une

solution (S_4) vers une solution de type (S_2). En effectuant un raisonnement similaire, il est possible d'établir une boucle d'hystérésis mise en évidence lorsque α est fixé. Cette boucle est représentée sur la figure (2.4.b). Cet hystérésis est observée, par exemple, par Pratt [Pra 1983], numériquement ainsi que par Lawrence [Law 1987], expérimentalement.

Baines et Whitehead [BW 2003] montrent analytiquement que, dans la région (EAG), lorsque la solution présente un ressaut hydraulique, celui-ci peut avoir deux comportements différents : soit il se propage vers l'amont ($c_u < 0$) et n'apparaît plus dans la solution aux temps longs, soit il est stationnaire sur la face amont de l'obstacle ($c_u = 0$). Ces auteurs démontrent également que dans le cas où le ressaut est stationnaire, celui-ci est très instable. En effet, une petite perturbation de vitesse fait soit se propager vers l'amont le ressaut hydraulique soit devenir l'écoulement supercritique. Le caractère instable de ce ressaut hydraulique stationnaire amont le rend difficile à mettre en évidence expérimentalement.

2.6 Ecoulement potentiel linéaire ($\alpha_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$)

Lorsque le paramètre β_p n'est plus d'ordre $\mathcal{O}(\varepsilon)$, les effets dus à la dispersion des ondes et à la non-hydrostaticité de l'écoulement ne peuvent plus être négligés. On ne se situe plus dans le cadre d'application des hypothèse du modèle de Saint Venant. Le modèle potentiel constitue alors un outil permettant de déterminer des solutions d'un écoulement au-dessus d'un obstacle lorsque $\beta_p = \mathcal{O}(1)$. Le système d'équations {(2.3) à (2.8)} introduit dans le paragraphe 2.1 est le système de base de ce modèle. Ce système peut être linéarisé si le paramètre α_p est d'ordre $\mathcal{O}(\varepsilon)$, on obtient alors le système d'équations {(2.9) à (2.12)}.

Afin de déterminer les solutions du système {(2.9) à (2.12)} lorsqu'un obstacle tel que $\alpha = \mathcal{O}(\varepsilon)$ est placé sur le fond, le formalisme de Fourier est introduit. Nous avons donc besoin de la transformée de Fourier de la fonction $h(x)$, représentant l'obstacle, notée $\hat{h}(k)$, où :

$$\hat{h}(k) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{\infty} h(x) e^{ikx} dx \quad (2.41)$$

Particulièrement, nous cherchons les solutions en présence d'obstacles ayant la même forme que ceux utilisés dans nos expériences, un demi-cylindre et une gaussienne. Pour un demi-cylindre d'équation $h(x) = \sqrt{H^2 - x^2}$, la transformée de Fourier est $\hat{h}(k) = \frac{1}{L} \int_{-H}^H \sqrt{H^2 - x^2} e^{ikx} dx$ et pour une gaussienne d'équation $h(x) = H \exp\left(-\frac{x^2}{2L^2}\right)$, $\hat{h}(k) = H e^{-\frac{(kL)^2}{2}}$ (e.g. table des transformées de Fourier dans Gradshteyn et Ryzhik [GR 1994]).

Il existe des solutions stationnaires en $\eta(x)$ au système {(2.9) à (2.12)} sous forme d'ondes progressives dont la dynamique dépend des paramètres α , F_0 , β et de la forme de l'obstacle.

Lorsque le nombre de Froude est tel que $F_0 < 1$, on obtient pour $\eta(x)$ l'expression suivante :

$$\eta = \frac{F_0^2 k_0}{(F_0^2 - 1 + F_0^4 k_0^2 d_0^2) \cosh(k_0 d_0)} \left[i \hat{h}(k_0) e^{ik_0 x} + \text{c.c.} \right] \quad (2.42)$$

où k_0 est le nombre d'onde solution de l'équation suivante (e.g. Lighthill [Lig 1978] et Baines [Bai 1995]) :

$$\tanh(k d_0) = F_0^2 k d_0 \quad (2.43)$$

Lorsque le nombre de Froude est tel que $F_0 > 1$, l'équation (2.43) n'a pas de solution non nulle et donc la solution stationnaire de $\eta(x)$ est la solution nulle.

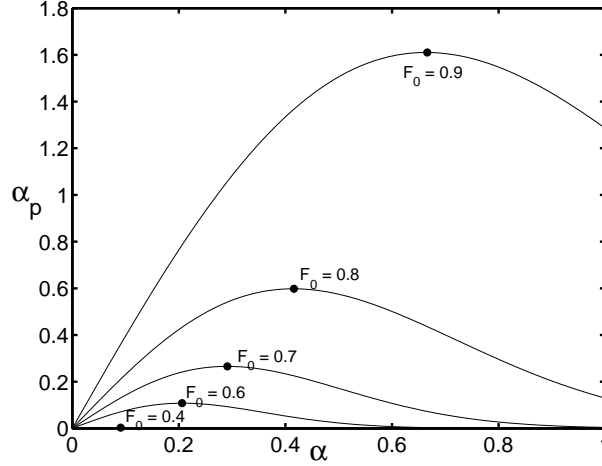


FIGURE 2.5 – Ecoulement potentiel linéaire : variation de l'amplitude des ondes adimensionnée, α_p , en fonction de α , pour une gaussienne ($\beta = 0.23$) et 5 valeurs de F_0

A l'aide de l'expression de $\eta(x)$ ci-dessus (eq. (2.42)), nous nous proposons d'étudier les variations de l'amplitude des ondes, a , en fonction des paramètres α , F_0 et β . Cette étude est conduite en conservant la forme de l'obstacle (gaussienne) et pour $F_0 < 1$.

2.6.1 Influence du facteur de blocage

La figure (2.5) présente la variation de l'amplitude du train d'onde, a , adimensionnée par la hauteur d'eau de l'état de base, d_0 (soit le paramètre α_p) en fonction de α pour cinq valeurs du nombre de Froude ($F_0 = 0.4$, $F_0 = 0.6$ à $F_0 = 0.9$). On observe sur cette figure, pour $\alpha < 0.2$, la croissance de α_p lorsque α augmente, pour les cinq nombres de Froude. Cette croissance s'effectue jusqu'à une valeur maximale de α_p au-delà de laquelle, l'amplitude du train d'onde décroît lorsque α augmente. Cette décroissance de α_p apparaît peu pertinente, il semble que les limites du modèle soient atteintes lorsque $\alpha > 0.2$. En outre, pour F_0 fixé, par exemple, $F_0 = 0.7$ sur la figure (2.5), on peut observer que lorsque $\alpha > 0.2$, on a $\alpha_p > 0.2$, on ne situe plus dans l'hypothèse $\alpha_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$ nécessaire à la linéarisation du problème potentiel. Il y a donc, pour $\alpha > 0.2$, une incompatibilité entre les hypothèses de formulation du problème, $\alpha_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$ et les valeurs des amplitudes obtenues. Il semble donc y avoir une influence de α sur la caractère linéaire des ondes. Ainsi, lorsque $\alpha \rightarrow 0$, les ondes semblent être linéaires et lorsque $\alpha \rightarrow 1$, non-linéaires.

Enfin, les grandes valeurs de α_p étant incompatibles avec des solutions linéaires, cela signifie que, par exemple, pour le cas $F_0 = 0.9$, on doit rester dans la limite $\alpha \leq 0.05$ pour espérer obtenir des résultats cohérents à l'aide du modèle potentiel linéaire. Ce dernier point explique les valeurs anormalement grandes de α_p ($\alpha_p > 1$ pour $\alpha = 0.3$ et $F_0 = 0.9$).

2.6.2 Influence du nombre de Froude ($F_0 < 1$)

La figure (2.6.a) présente l'évolution de l'amplitude du train d'onde adimensionnée, α_p , en fonction du nombre de Froude pour un rapport d'aspect de l'obstacle fixé ($\beta = 0.23$) et quatre valeurs de α . Pour chaque valeur de α , on observe la croissance de α_p lorsque le nombre de Froude augmente. Cette croissance s'amplifie très fortement pour $F_0 > 0.9$, ainsi, la droite d'équation $F_0 = 1$ constitue une asymptote verticale à la courbe représentative de l'évolution de α_p . Ce résultat est en bon accord avec celui de Lighthill [Lig 1978], présenté sur la figure (2.6.b) qui montre

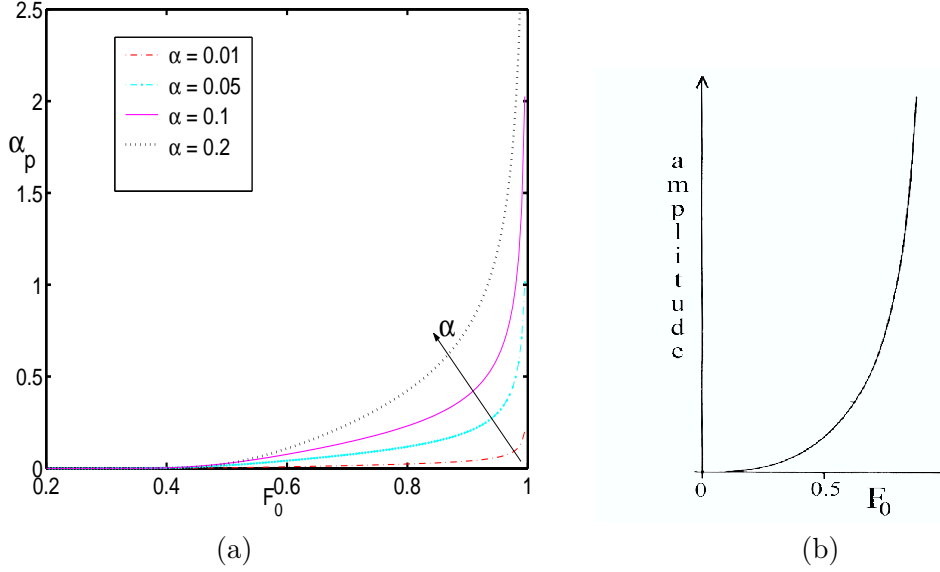


FIGURE 2.6 – (a), Evolution de α_p en fonction de F_0 pour quatre valeurs de α (obstacle : gaussienne, $\beta = 0.23$); (b), évolution de l’amplitude des ondes solutions en fonction de F_0 (d’après Lighthill [Lig 1978]).

que pour des valeurs de F_0 croissantes, (et telles que $F_0 < 1$), l’amplitude de la perturbation de la surface libre croît.

On remarque également sur la figure (2.6.a), pour $F_0 > 0.8$, que la valeur de α_p n’est plus d’ordre $\mathcal{O}(\varepsilon)$ (sauf pour le cas $\alpha = 0.01$) et donc pour de telles valeurs du nombre de Froude, la limite de validité de l’hypothèse de linéarité des ondes est atteinte. Il convient alors d’utiliser un modèle prenant en compte les phénomènes non-linéaires pour déterminer des solutions ondulatoires de l’écoulement (*e.g.* modèle potentiel non-linéaire)

Pour α fixé, la hauteur H de l’obstacle étant fixée, la hauteur d’eau d_0 , elle non plus, ne varie pas. En conséquence, augmenter le nombre de Froude revient à augmenter la vitesse longitudinale incidente, u_0 de l’écoulement. On peut donc déduire que l’amplitude, α_p , dépend de la vitesse moyenne incidente : lorsque u_0 augmente, α_p augmente.

2.6.3 Solutions pour un état de base critique ($F_0 = 1 - \mathcal{O}(\varepsilon)$)

Lorsque F_0 est proche de 1, la solution de η , eq.(2.42), devient (Baines [Bai 1995]) :

$$\eta = \frac{\sqrt{3}}{2d_0(1 - F_0^2)^{\frac{1}{2}}} \left[i\hat{h}(k_0)e^{ik_0x} + c.c. \right] (1 + \mathcal{O}(1 - F_0^2)). \quad (2.44)$$

Cette solution est discontinue en $x = 0$ lorsque $F_0 = 1 - \mathcal{O}(\varepsilon)$. On peut également noter le résultat sur l’évolution de l’amplitude du train d’onde, en fonction de F_0 (paragraphe 2.6.2). Celui-ci est reproduit sur les figures (2.6.a) et (2.6.b) et montre une très forte amplification de l’amplitude pour $F_0 \rightarrow 1$.

2.6.4 Synthèse de cette partie

En résumé, les solutions de l’écoulement potentiel linéaire ont été portées dans le plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$ de la figure (2.7). Pour $F_0 < 1$, la solution ondulatoire est dispersive en

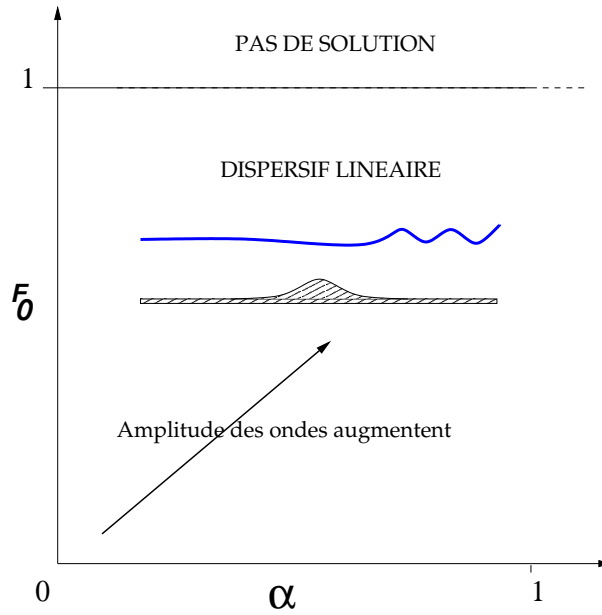


FIGURE 2.7 – Solutions de l'écoulement potentiel linéaire : plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$ et définition de deux régimes d'écoulement.

aval de la crête de l'obstacle et l'amplitude des ondes croît avec α et F_0 . Pour $F_0 > 1$, il n'y a pas de solutions. De plus, il a été observé que lorsque α est grand ($\alpha > 0.2$), le comportement de l'amplitude des ondes prédit par le modèle linéaire est peu fiable. Il s'agit là d'un argument permettant de montrer les limites du modèle linéaire pour α grand. Il apparaît donc que ce paramètre lié à l'obstacle contrôle la linéarité des ondes.

2.7 Écoulement potentiel non-linéaire ($\alpha_p = \mathcal{O}(1), \beta_p = \mathcal{O}(1)$)

L'approche potentielle non-linéaire permet de résoudre un forçage non-linéaire et dispersif, *i.e.* les paramètres adimensionnels considérés sont tous d'ordre 1. Les équations (2.3) à (2.8) régissent cet écoulement. Pour en déterminer des solutions, les méthodes de résolutions utilisées sont numériques (*e.g.*, Forbes et Schwartz [FS 1982], Forbes [For 1988] pour un demicylindre ; Forbes [For 1981] pour une demi-ellipse). King et Bloor [KB 1990] comparent les solutions linéaires et non-linéaires pour des écoulements au-dessus d'obstacles fixes et de formes différentes (gaussienne, demi-cylindre, triangle isocèle). De même, Belward et Forbes [BF 1993] résolvent numériquement le cas d'un écoulement de deux fluides de densité différentes au dessus d'un obstacle fixe dont la forme est quelconque. Lowery et Liapis [LL 1999], quant à eux, effectuent des simulations numériques du cas où l'obstacle (demi-cylindre) est déplacé dans un écoulement uniforme. Tout d'abord les résultats de Lowery et Liapis sont présentés dans ce paragraphe. Ensuite les résultats de Forbes et Schwartz [FS 1982] et de King et Bloor [KB 1990] sont exposés. En particulier nous étudions l'influence de la prise en compte des non-linéarités sur les solutions obtenues par rapport aux solutions linéaires.

2.7.1 Écoulement uniforme (Lowery et Liapis [LL 1999])

A l'aide de simulations numériques bidimensionnelles d'un demicylindre se déplaçant dans un écoulement au repos (pas de couche limite), Lowery et Liapis [LL 1999] établissent le diagramme de fonctionnement de la figure (2.8). Sur cette figure sont représentées deux grandes régions

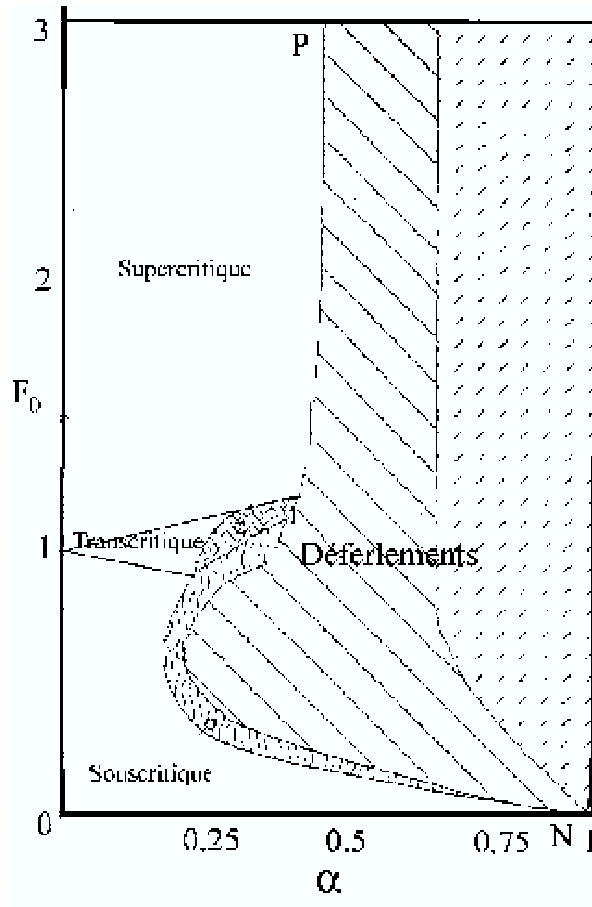


FIGURE 2.8 – Plan des paramètres $\{F_0, \alpha\}$ et régimes d'écoulements du modèle potentiel non-linéaire (Lowery et Liapis [LL 1999]).

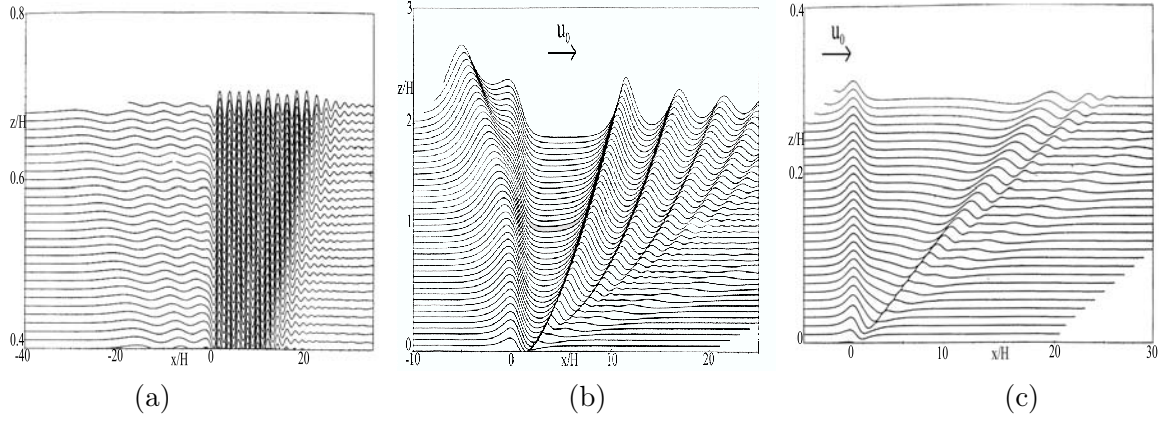


FIGURE 2.9 – Exemples de solutions de l'écoulement potentiel non-linéaire au dessus d'un demi-cylindre sans déferlement : (a), souscritique ($F_0 = 0.5, \alpha = 0.1$) ; (b), transcritique ($F_0 = 1, \alpha = 0.3$) ; (c), supercritique ($F_0 = 2, \alpha = 0.1$) (d'après Lowery et Liapis [LL 1999]).

délimitées par la courbe (NP). A droite de cette courbe se trouvent les régions pour lesquelles des régimes d'écoulement avec déferlement sont mis en évidence. A gauche de (NP) les solutions sont sans déferlement. Nous allons détailler l'ensemble de ces régimes mais avant cela, il convient d'introduire le critère de déferlement de Miche.

2.7.1.1 Définition de la cambrure d'une onde et critère de déferlement

La cambrure d'une onde est définie comme le rapport de son amplitude sur sa longueur, $\mathcal{C} = \frac{2a}{\lambda}$, qui permet de distinguer la limite de déferlement. Miche [Mic 51] donne la relation :

$$\mathcal{C} = 0.14 \tanh(k_0 d_0) \quad (2.45)$$

En eaux peu profondes, cette relation se réduit, via l'hypothèse $k_0 d_0 \ll 1$, au critère de Miche simplifié (*e.g.* Battjes et Janssen [BJ 1978]), contrôlé par la hauteur d'eau, d :

$$\frac{a}{d} = 0.44 \quad (2.46)$$

2.7.1.2 Solutions sans déferlement

Le but de ce paragraphe est de donner les résultats des simulations numériques de Lowery et Liapis [LL 1999] lorsqu'aucun déferlement n'apparaît dans les solutions obtenues. En conséquence, les définitions de chaque régime d'écoulement présenté sont relatives à leurs résultats. Particulièrement, ces solutions mettent en évidence des phénomènes transitoires engendrés par la mise en mouvement de l'obstacle.

A gauche de la courbe (NP), un découpage en trois régimes d'écoulement apparaît.

- Régime souscritique ($F_0 < 1$) (Fig. (2.9.a)) : A l'amont de l'obstacle des solitons se forment et s'éloignent de l'obstacle. A l'aval de l'obstacle, un train d'ondes stationnaire est généré. La solution stationnaire obtenue dans ce régime a une dynamique similaire à celle de la solution de l'écoulement potentiel linéaire lorsque $F_0 < 1$.
- Régime transcritique ($F_0 \sim 1$) (Fig. (2.9.b)) : Des solitons de grande amplitude se propageant à l'amont de l'obstacle sont générées. En aval de l'obstacle, un train d'onde se crée et s'éloigne de l'obstacle. Aucun état stationnaire n'est atteint dans ce régime.

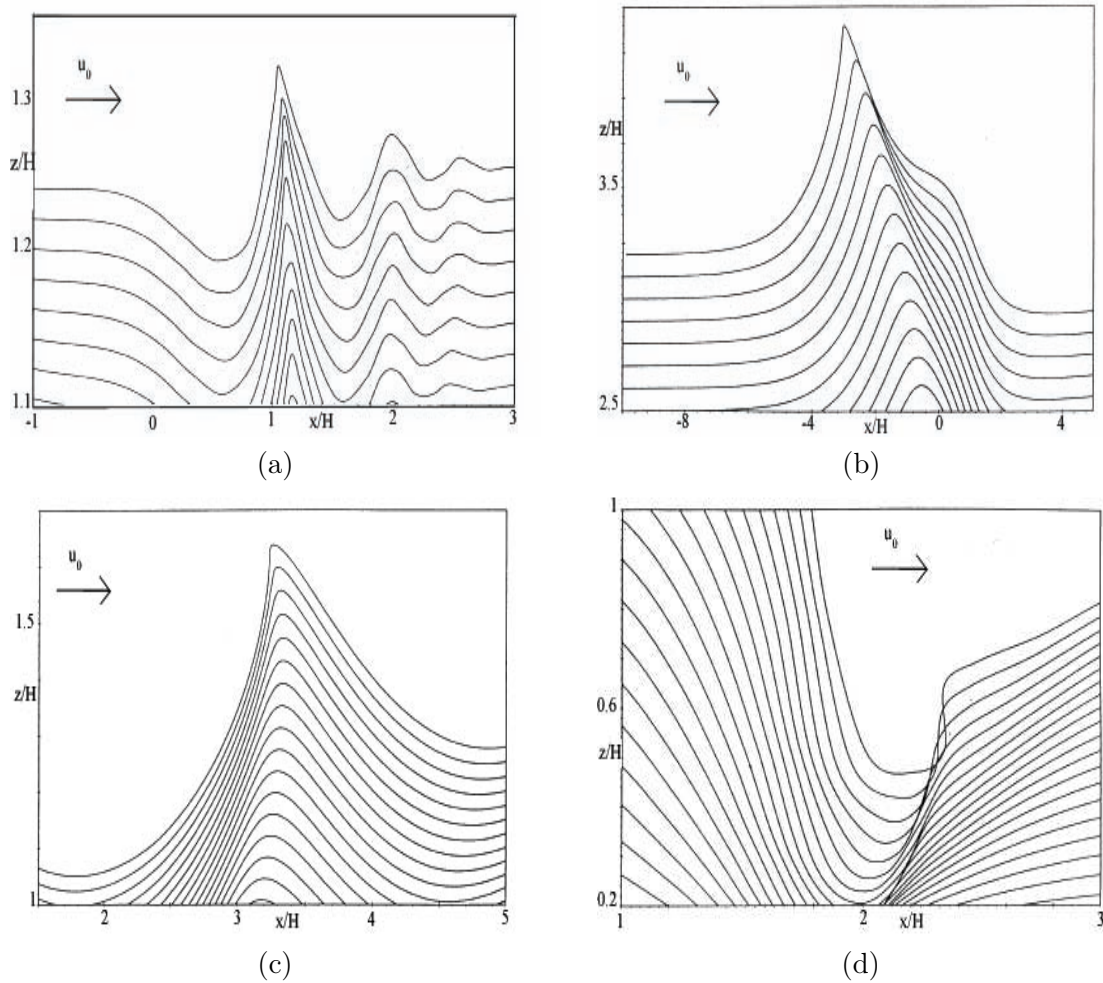


FIGURE 2.10 – Allure des différents déferlement apparaissant dans les solutions de l'écoulement potentiel non-linéaire au dessus d'un demi-cylindre : (a), *spilling breaker* ($F_0 = 0.25, \alpha = 0.4$) ; (b), *upstream breaker* ($F_0 = 1.15, \alpha = 0.4$) ; (c), *plunging breaker* ($F_0 = 0.75, \alpha = 0.3$) ; (4), *surging breaker* ($F_0 = 1.25, \alpha = 0.9$) (d'après Lowery et Liapis [LL 1999]).

- Régime supercritique ($F_0 > 1$) (Fig. (2.9.c)) : une surélévation stationnaire se crée à la verticale de l'obstacle et les ondes générées sur la face aval de l'obstacle sont advectées loin de celui-ci (vers l'aval). Ce régime supercritique, lorsque $t \rightarrow \infty$, est qualitativement le même que celui prédit par la théorie de Saint Venant dans le paragraphe 2.3.a.

2.7.1.3 Solutions avec déferlement

Lowery et Liapis [LL 1999] distinguent quatre types de déferlement. L'allure de chaque type de déferlement est présentée sur les figures (2.10.a) à (2.10.d). Leur description, détaillée ci-dessous, est relative aux résultats de Lowery et Liapis [LL 1999].

- déferlement glissant (*spilling breaker*), figure (2.10.a) : il se développe symétriquement, la crête de l'onde devient de plus en plus fine jusqu'à ce que le pic se renverse d'un côté. Ce déferlement est mis en évidence à l'aval de l'obstacle. Ce régime est observé dans la région marquée par ($\sim\sim$) de la figure (2.8).
- déferlement amont (*upstream breaker*), figure (2.10.b) : le déferlement se produit en amont

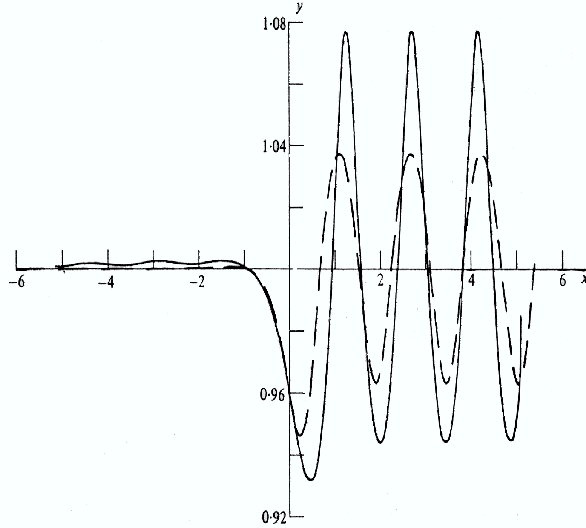


FIGURE 2.11 – Écoulement potentiel ($F_0 = 0.5$, $\alpha = 0.2$, demi-cylindre) : comparaison entre les solutions du cas linéaire (—) et non-linéaire (---) (d'après Forbes et Schwartz [FS 1982])

de l'obstacle et apparaît pour des points de fonctionnement au voisinage de $F_0 = 1$. Ce régime est repéré sur la figure (2.8) par le symbole (\nearrow).

- déferlement plongeant (*plunging breaker*), figure (2.10.c) : situé en aval de l'obstacle, ce déferlement ne se produit pas symétriquement, la crête s'enroule vers l'obstacle et la surface libre tombe sur elle-même. Ce régime est mis en évidence dans une vaste région du diagramme (symbolisée par (\searrow) sur la figure (2.8)).
- déferlement gonflant (*surging breaker*), figure (2.10.d) : ce déferlement apparaît en aval de l'obstacle et est défini comme l'effondrement d'un ressaut hydraulique pur *i.e.* un ressaut hydraulique se forme et tombe sur lui-même. Ce type de déferlement est observé pour de grandes valeurs du facteur de blocage ($\alpha > 0.7$) et est symbolisé par ($/$) sur la figure (2.8).

D'après cette classification, on remarque que lorsque α est grand (> 0.4), de forts effets non-linéaires, manifestés par un déferlement non observé dans les solutions potentielles linéaires, apparaissent dans la solution. En outre, lorsque α varie de 0 à 1, pour un nombre de Froude fixé, au moins deux type de déferlement différents sont obtenus dans les résultats de ces simulations numériques.

L'hypothèse d'écoulement irrotationnel émise pour écrire le système potentiel n'est plus valide lorsqu'apparaît le déferlement. De plus, lorsqu'un déferlement se produit, de fort effets tri-dimensionnels et un mélange air/eau intense sont inclus dans le processus. Or ces phénomènes ne peuvent pas être représentés dans ces simulations bidimensionnelles. Ainsi la localisation des régimes avec déferlement décrite dans le plan des paramètres $\{F_0, \alpha\}$ de la figure (2.8) est à considérer avec prudence.

2.7.2 Comparaison linéaire / non-linéaire

Dans ce paragraphe sont présentées deux études d'écoulements potentiels au-dessus d'un obstacle. Tout d'abord Forbes et Schwartz [FS 1982] étudient les solutions de l'écoulement potentiel analytiquement dans le cas linéaire et numériquement pour le cas non-linéaire. De même, la comparaison entre les solutions linéaires et non-linéaires obtenues par King et Bloor [KB 1990] en faisant varier la forme de l'obstacle est ensuite présentée.

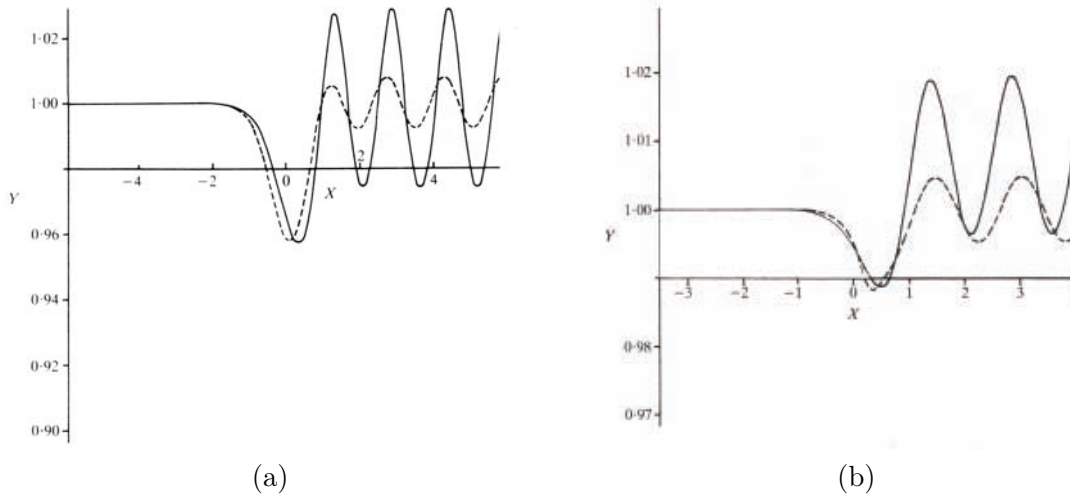


FIGURE 2.12 – Comparaison entre les solutions linéaires (— —) et non-linéaires (—) de l'écoulement potentiel au-dessus d'obstacles de formes différentes : (a), gaussienne d'équation $h(x) = H\exp(-3x^2)$ ($\beta = 0.1$) ; (b), triangle isocèle ($\beta = 0.61$) (d'après King et Bloor [KB 1990]).

2.7.2.1 Cas d'un demi-cylindre

Sur la figure (2.11) est représenté la comparaison entre la solution linéaire et la solution non-linéaire du problème potentiel (d'après Forbes et Schwartz [FS 1982]) pour $F_0 = 0.5$ et $\alpha = 0.2$. En amont de la crête de l'obstacle, les ondes apparaissant dans la solution non-linéaire sont purement numériques, il y a donc concordance entre solutions linéaires et non-linéaires. De plus, les deux solutions possèdent un train d'onde en aval de l'obstacle : celui de la solution linéaire est sinusoïdal alors que celui de la solution non-linéaire est composé d'ondes ayant une amplitude plus grande et une longueur d'onde plus courte que les ondes linéaires. Les solutions non-linéaires ont donc une plus grande cambrures que les solutions linéaires. On observe également que dans le cas non-linéaire, la position du minimum de la surface libre est plus éloigné de la crête de l'obstacle que dans la solution linéaire.

2.7.2.2 Lorsque la forme de l'obstacle varie (King et Bloor [KB 1990])

Sur les figures (2.12.a) et (2.12.b), deux exemples, pour $F_0 = 0.5$, de ces solutions sont présentés pour une gaussienne (de rapport d'aspect $\beta = 0.1$) (Fig. 2.12.a) d'une part et un triangle isocèle (de rapport d'aspect $\beta = 0.61$) d'autre part (Fig. 2.12.b). Pour cet exemple, les valeurs des deux facteurs de blocages sont $\alpha = 0.66$ pour la gaussienne et $\alpha = 0.6$ pour le triangle. Dans les deux cas, à l'image des résultats de Forbes et Schwartz [FS 1982] obtenus pour un demi-cylindre (paragraphe 2.7.2.1), on observe que les ondes non-linéaires ont une plus grande amplitude que celles du problème linéaire. Dans le cas où l'obstacle utilisé est le triangle, la longueur d'onde des ondes non-linéaire est également plus courte que celle des ondes linéaires. Ce comportement apparaît moins clair pour la gaussienne. Dans les deux cas, on observe que le minimum de la surface libre est plus éloigné de la crête de l'obstacle dans la solution non-linéaire. De plus la position du minimum de la surface libre s'éloigne de la crête de l'obstacle lorsque β augmente (ce minimum est plus loin de la crête pour le triangle que pour la gaussienne). De même, la valeur de la hauteur moyenne du train d'onde de la solution non-linéaire est plus grande pour β grand.

En résumé, les études des paragraphes 2.7.1 et 2.7.2 ont montré que les non-linéarités modifient la dynamique de la solution de façon significative : sous forme de déferlement pour Lowery et Liapis [LL 1999] ou en changeant la nature des ondes (*e.g.* Forbes et Schwartz [FS 1982]). En outre des effets de α sur la linéarité des ondes sont observés en accord avec ceux mis en évidence pour le modèle potentiel linéaire (§2.6). Enfin on a pu noter des effets de β sur la dynamique de la solution.

2.8 Boussinesq à fond plat ($\alpha_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$, $\beta_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$, $\alpha = \beta = 0$)

Lorsque les effets dispersifs et non-linéaires des ondes sont faibles et au même ordre, $\alpha_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$ et $\beta_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$, les équations régissant l'écoulement sont celles de Korteweg-de Vries. La présence d'un obstacle est prise en compte par l'ajout d'un terme de forçage. Le système formé est alors celui de Korteweg-de Vries forcé. Dans ce cas, les quatre paramètres de développement sont d'ordre $\mathcal{O}(\varepsilon)$.

Pour déterminer les équations de Korteweg-de Vries pour un écoulement sur fond plat, on introduit dans un premier temps les équations de Boussinesq.

Sur fond plat, les écoulements irrotationnels de fluides non-visqueux peuvent être représentés par les équations de Boussinesq lorsque l'écoulement est faiblement dispersif et faiblement non-linéaire. Les solutions de ces équations sont des ondes dispersives se propageant dans deux directions.

Boussinesq [Bou 1871b] a établi, sous les hypothèses $\alpha_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$ et $\beta_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$, une équation régissant l'écoulement potentiel sur fond homogène dans le plan (x, z) :

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = c_0^2 \left[\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{3}{2d_0} \left(\frac{\partial^2 \eta^2}{\partial x^2} \right) + \frac{1}{3} d_0^2 \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} \right]. \quad (2.47)$$

En se plaçant dans le cas $\alpha_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$, l'équation ci-dessus (2.47) peut être linéarisée et se réécrit alors

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = c_0^2 \left[\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{1}{3} d_0^2 \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} \right]. \quad (2.48)$$

En supposant des solutions de l'équation linéarisée, eq. (2.48), de forme $\eta = Ae^{i(kx - \omega t)}$, on peut déterminer immédiatement la relation de dispersion que ces solutions vérifient :

$$\omega^2 = c_0^2 k^2 - \frac{1}{3} c_0^2 d_0^2 k^4. \quad (2.49)$$

On retrouve la relation de dispersion du système de Saint-Venant linéaire à l'ordre dominant.

2.9 Korteweg-de Vries à fond plat ($\alpha_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$, $\beta_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$, $\alpha = \beta = 0$)

Sous les hypothèses $\alpha_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$ et $\beta_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$, les équations de Boussinesq se réécrivent sous la forme de Korteweg-de Vries lorsqu'une direction de propagation est privilégiée (Miles [Mil 1980]).

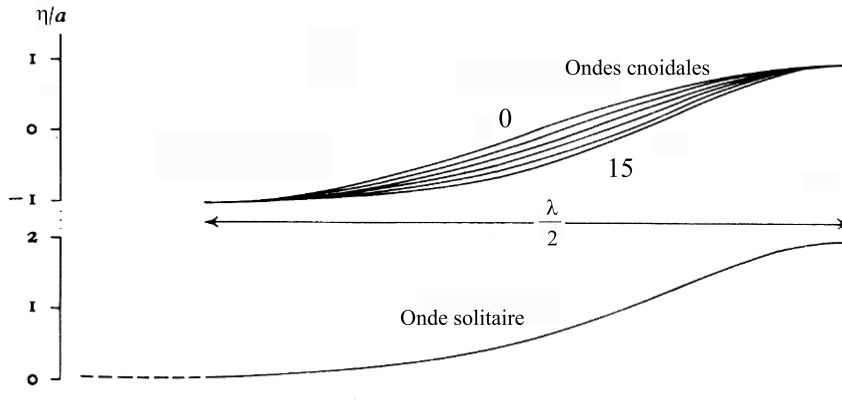


FIGURE 2.13 – Représentation d’une onde cnoidale pour $\frac{a\lambda^2}{d_0^3} = [0 : 3 : 15]$ (figure du dessus) et d’une onde solitaire (figure du dessous) (d’après Lighthill [Lig 1978] p. 465)

La pulsation des ondes, solutions de l’équation (2.48), se propageant dans la direction de l’écoulement (vers l’aval) est $\omega = c_0 k \sqrt{1 - \frac{1}{3} d_0^2 k^2}$. Ces ondes sont faiblement dispersives ($\beta_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$) et donc $\sqrt{1 - \frac{1}{3} d_0^2 k^2}$ peut être approximé à l’aide d’un développement limité par $1 - \frac{1}{6} d_0^2 k^2 + \mathcal{O}(k^4)$. On obtient alors la relation de dispersion suivante pour ces ondes :

$$\omega = c_0 k - \frac{1}{6} c_0 d_0^2 k^3, \quad (2.50)$$

l’équation de Korteweg-de Vries dans le repère de l’onde (en $\eta = Ae^{i(kx - \omega t)}$) correspondante étant

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c_0 \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{6} c_0 d_0^2 \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0. \quad (2.51)$$

Afin d’exprimer l’équation de Korteweg-de Vries dans le repère fixe, un terme d’advection est ajouté à l’équation (2.51). Ce terme est exprimé à partir de la célérité d’une onde dont l’expression, sous les hypothèses β_p^2 et α_p petits, est $\frac{3c_0}{2d_0} \eta \frac{\partial \eta}{\partial x}$ (e.g Whitham [Whi 1974]). Finalement, l’expression de l’équation de Korteweg-de Vries dans le repère fixe est :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c_0 \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{3c_0}{2d_0} \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{6} c_0 d_0^2 \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0. \quad (2.52)$$

2.9.1 Ondes solitaires et cnoidales

Il existe deux types de solutions analytiques bien connues de l’équation de Korteweg-de Vries : les ondes solitaires et les ondes cnoidales.

L’onde solitaire a été observée et décrite pour la première fois par Scott-Russell en 1834 (e.g. Rieutord [Rie 1997]). Boussinesq [Bou 1871a] a pu établir son expression analytique par la suite. Celle-ci s’écrit :

$$\eta_{os} = a \operatorname{sech}^2 \left[\sqrt{\frac{3a}{4d_0^3}} (x - c_{os} t) \right], \quad (2.53)$$

où la célérité $c_{os} = c_0 \left(1 + \frac{a}{2d_0}\right)$. On remarque alors que $\left(1 + \frac{a}{2d_0}\right)$ n'est autre que le développement limité à l'ordre 1 de $\sqrt{\left(1 + \frac{a}{d_0}\right)}$ lorsque $\beta_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$. Cela signifie donc que la célérité de l'onde solitaire, c_{os} est peu différente de celle d'une onde de gravité (calculée dans l'approximation des ondes infiniment longues), $c = \sqrt{g(d_0 + a)}$. De plus cette onde solitaire, s'étendant jusqu'à l'infini, est caractérisée par une échelle horizontale de longueur, $l_{os} = \sqrt{\frac{3a}{4d_0^3}}$ (eq. (2.53)). Un exemple d'onde solitaire, est représenté sur la figure (2.13). On peut également se référer à Miles [Mil 1980] pour une revue sur les ondes solitaires.

Le deuxième type de solutions de l'équation (2.52) est périodique : il s'agit des ondes cnoidales d'amplitude a et de longueur d'onde λ . Leur expression est :

$$\eta_{cn} = acn^2 \left[2K(m) \frac{(x - c_{cn}t)}{\lambda} \right], \quad (2.54)$$

où $K(m)$ est une intégrale elliptique complète de première espèce de module m ($K(m) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{(1-m\sin^2\theta)}}$ avec ($0 \leq m \leq 1$)) et cn une fonction elliptique de Jacobi. Soit X une variable définie par l'intégrale $X = \int_0^\phi \frac{d\theta}{\sqrt{(1-m\sin^2\theta)}}$, la fonction cnoidale, cn , est telle que $cnX = \cos \phi$. De plus, on a $c_{cn} = c_0 \left[1 + \frac{a}{d_0} \left(1 - \frac{1}{2m^2}\right)\right]$, la célérité des ondes cnoidales. m est le module de la fonction elliptique donné par :

$$mK(m) = \frac{\sqrt{3}}{4} \sqrt{\left(\frac{a\lambda^2}{d_0^3}\right)}. \quad (2.55)$$

Il est possible d'étudier le comportement asymptotiques de l'onde cnoidale pour $m \rightarrow 0$ et $m \rightarrow 1$:

➤ $m \rightarrow 0$

Dans (2.55), on observe que pour avoir $m \rightarrow 0$, on doit avoir $\frac{a}{d_0} \rightarrow 0$ (le cas $\frac{\lambda}{d_0} \rightarrow 0$ est exclu car il est contraire à l'hypothèse de faible profondeur). Lorsque $m \rightarrow 0$, l'écoulement devient linéaire. Les ondes ont alors une forme sinusoïdale ($cnX \rightarrow \cos X$).

➤ $m \rightarrow 1$

Dans ce cas, d'après la relation (2.55), on obtient l'expression de $K(1)$, que l'on injecte dans l'expression définissant l'onde cnoidale, eq. (2.54) qui devient similaire à celle de l'onde solitaire ($cnX \rightarrow \text{sech}X$).

Sur la figure (2.13), six exemples d'ondes cnoidales sont présentées pour différentes valeurs du paramètre $\frac{a\lambda^2}{d_0^3}$ ($\frac{a\lambda^2}{d_0^3} = 0; 3; 6; 9; 12; 15$). Sur cette figure on observe que lorsque ce paramètre $\frac{a\lambda^2}{d_0^3}$ augmente, la cambrure de l'onde augmente et la solution cnoidale tend vers la solution de l'onde solitaire ($m \rightarrow 1$).

Lorsque $\beta_p = \mathcal{O}(1)$ et $\alpha_p = \mathcal{O}(1)$, on est dans un autre régime d'écoulement car on ne se situe plus dans un régime asymptotique. L'approche de Benjamin et Lighthill [BL 1954] permet alors de déterminer de nouvelles solutions de type ondes cnoidales. Il est donc possible de déterminer des solutions non-asymptotiques (α_p et β_p sont d'ordre 1) à l'écoulement à surface libre sur fond plat et ainsi d'élargir le spectre des solutions que l'on peut obtenir pour ce type d'écoulement.

2.10 Korteweg-de Vries forcé ($\alpha_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$, $\beta_p = \mathcal{O}(\varepsilon)$)

Lorsqu'un obstacle de petite taille est placé dans l'écoulement, les valeurs des paramètres α et β sont d'ordre $\mathcal{O}(\varepsilon)$ tout comme α_p et β_p . L'écoulement est faiblement non-linéaire et faiblement dispersif.

Cole [Col 1985], Milewski et Vanden-Broeck [MV 1999] et Dias et Vanden-Broeck [DV 2002.a] ont montré que la présence de l'obstacle placé sur le fond du canal peut être représenté par l'ajout d'un terme de forçage dans l'équation de Korteweg-de Vries. Ce terme de forçage apparaît également lorsque l'écoulement est stratifié en densité (*e.g.* Grimshaw et Smyth [GS 1986], Smyth [Smy 1988], Grimshaw et *coll.* [GCC 2002]). Le forçage prend en compte la pente de l'obstacle et est exprimé, lorsque l'obstacle est bidimensionnel et petit (α et β d'ordre ε), sous la forme (Grimshaw et Smyth [GS 1986], Dias et Vanden-Broeck [DV 2002.a]) :

$$\mathcal{F}(x) = \alpha_f \frac{\partial h}{\partial x} \quad (2.56)$$

où α_f est un paramètre dimensionnel relié à la hauteur de l'obstacle, H . Par exemple, Grimshaw et Smyth [GS 1986] et ensuite Smyth [Smy 1988] étudient les effets dus à la présence d'obstacles de faibles pentes pour des écoulement stratifiés avec un forçage positif ($\alpha_f = H$: obstacle posé sur le fond par exemple) et un forçage négatif ($\alpha_f = -H$: creux dans la paroi du fond par exemple).

Les équations de Korteweg-de Vries forcées sont également utilisées pour les écoulement bi-couches en présence d'un obstacle (*e.g.* Dias et Vanden-Broeck ([DV 2002.b] et [DV 2004])).

2.10.1 Mise en équation

En ajoutant un terme de forçage, représentant l'obstacle, à l'équation de Korteweg-de Vries sur fond plat (eq. (2.52)), on obtient finalement une équation de Korteweg-de Vries forcée (*e.g.* Baines [Bai 1995]) :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + (u_0 - c_0) \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{3c_0}{2d_0} \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{1}{6} c_0 d_0^2 \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = \frac{1}{2} u_0 \frac{\partial h}{\partial x}. \quad (2.57)$$

A l'aide des variables adimensionnelles introduite dans le paragraphe 2.2 (eq. (2.14) et $h^* = \frac{h}{H}$), cette équation (2.57) se réécrit (les \star sont omises pour alléger l'écriture) :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + (F_0 - 1) \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{3}{2} \frac{a}{d_0} \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{1}{6} \frac{d_0^2}{\lambda^2} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = \frac{1}{2} F_0 \frac{H}{a} \frac{\partial h}{\partial x}. \quad (2.58)$$

Cette dernière relation met en évidence les paramètres $\frac{a}{d_0} = \alpha_p$, $\frac{d_0}{\lambda} = \beta_p$ qui par hypothèses sont d'ordre ε . De même, nous avons supposé que l'obstacle est de petite taille, donc $\alpha = \mathcal{O}(\varepsilon)$, ce qui implique que le paramètre $\frac{H}{a}$ du membre de droite (représentant le forçage) est d'ordre 1 ($\frac{H}{a} = \alpha \times \frac{1}{\alpha}$). On en déduit alors que pour que l'équation (2.58) s'applique, on doit ajouter aux hypothèses déjà formulées une condition sur le nombre de Froude F_0 . D'après l'expression de (2.58), cette condition est $F_0 - 1 = \mathcal{O}(\varepsilon)$. On dit alors que l'on est à la résonance (ou dans le régime transcritique), c'est à dire que la vitesse de propagation des ondes de gravité, c_0 est très peu différente de la vitesse de l'écoulement, u_0 . Cette condition est également utilisée dans d'autres analyses (Baines [Bai 1995], Dias et Vanden-Broeck [DV 2002.a], Shen et Shen [SS 1990]). A l'aide de l'équation de Korteweg-de Vries forcé, il est donc possible d'effectuer une étude des solutions asymptotiques de l'écoulement au dessus d'un obstacle au voisinage du point de fonctionnement ($F_0 = 1, \alpha = 0$) noté A dans le plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$ de la figure (2.2).

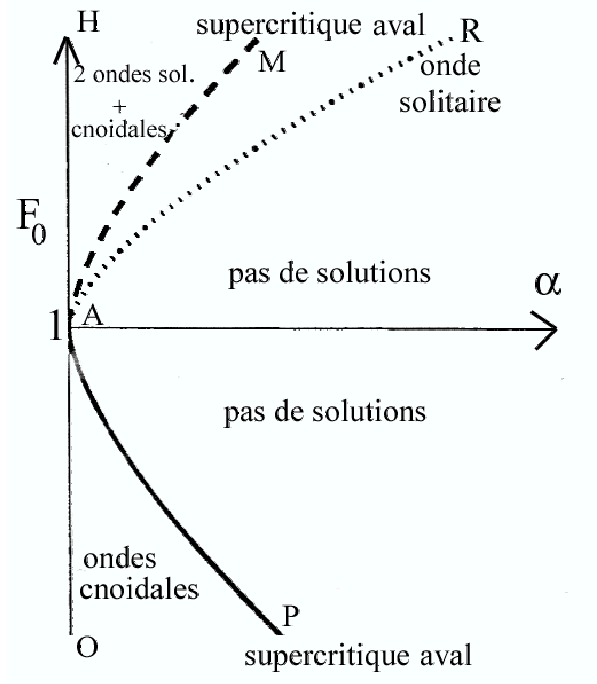


FIGURE 2.14 – Classification des solutions stationnaires de l'équation de Korteweg-de Vries forcée au voisinage du point de fonctionnement $\{\alpha = 0, F_0 = 1\}$ selon Dias et Vanden-Broeck [DV 2002.a]

2.10.2 Solutions stationnaires au voisinage du point de fonctionnement ($F_0 = 1, \alpha = 0$)

Au voisinage du point de fonctionnement A , des solutions asymptotiques stationnaires de l'équation (2.57) peuvent être obtenues analytiquement. Plusieurs familles de solutions dépendantes de la nature de l'écoulement incident sont déterminées. Dias et Vanden-Broeck [DV 2002.a] décrivent ces solutions et établissent un diagramme de régimes d'écoulements dans un plan de paramètres $\{\alpha, F_0\}$ reproduit sur la figure (2.14). Les solutions décrites par ces auteurs sont stationnaires, ce qui correspond aux solutions que nous recherchons. Pour des solutions instationnaires, on peut se référer, par exemple, aux travaux de Grimshaw et Smyth [GS 1986].

2.10.2.1 Etat de base souscritique ($F_0 = 1 - \mathcal{O}(\varepsilon)$)

Lorsque l'écoulement en amont est souscritique, deux types de solutions peuvent être obtenus, caractérisés par la dynamique de l'écoulement à l'aval de l'obstacle.

➤ Solutions avec ondes cnoidales

On observe dans ces solutions un train d'ondes cnoidales de la même famille que celles décrites dans le paragraphe 2.9.1. Celles-ci sont observées dans la région (PAO) du diagramme de la figure (2.14). Ce comportement est également mis en évidence par Dias et Vanden-Broeck [DV 2002.b] dans le cas d'un fluide bi-couche.

➤ Solutions supercritique aval (*hydraulic fall*)

Ce type de solution, appelée également *hydraulic fall*, est caractérisé par un écoulement souscritique en amont de l'obstacle et supercritique à l'aval. Aucune onde n'est observée dans la solution. Il s'agit d'un cas limite entre les solutions où apparaissent des ondes

cnoidales et les points de fonctionnement où aucune solution stationnaire n'est prédite par le modèle analytique faiblement non-linéaire (α trop grand). Cette solution est observée pour les points de fonctionnement appartenant à la courbe (AP) de la figure (2.14). Cette courbe représente les valeurs maximales de α en fonction de F_0 pour que l'écoulement demeure stationnaire. De même, Shen et Shen [SS 1990], établissent un diagramme de régimes dans un plan de paramètres $\{\alpha, F_0\}$ dont le découpage est analogue à celui de Dias et Vanden-Broeck [DV 2002.a]. Les solutions de type *hydraulic fall* ont été également obtenues par Forbes [For 1988].

2.10.2.2 Etat de base supercritique ($F_0 = 1 + \mathcal{O}(\varepsilon)$)

Lorsque l'écoulement incident est supercritique, trois types de solutions peuvent être obtenus, définis également par la dynamique de l'écoulement à l'aval de l'obstacle. On retrouve la solution de type *hydraulic fall* ainsi que les deux types de solutions suivantes :

➤ Solutions avec ondes solitaires

Pour les points de fonctionnement de la courbe (AR) du diagramme de la figure (2.14), une onde solitaire (d'amplitude $2(F_0 - 1)$ de paramètre de largeur $\sqrt{\frac{3}{2}(F_0 - 1)}$) et stationnaire apparaît dans la solution au dessus de l'obstacle. Ce type de solution est également obtenu par Shen et coll. [SSS 1989]. Comme la courbe (AP) dans le cas souscritique, la courbe (AR) représente les valeurs maximales de α en fonction de F_0 pour que l'écoulement demeure stationnaire. A droite de celle-ci aucune solution stationnaire n'est obtenue car l'obstacle est trop grand.

➤ Solutions avec ondes solitaires ou cnoidales

Dans cette région (HAR) du diagramme de fonctionnement de la figure (2.14), plusieurs types de solutions peuvent exister pour les mêmes valeurs de paramètres. Des solutions pour lesquelles l'écoulement est partout supercritique et dont le profil de surface libre est celui pour lequel une surélévation de la surface libre au dessus de l'obstacle est observée. Dans ce cas, Shen et coll. [SSS 1989] montrent que pour un même état de base, cette surélévation peut avoir deux amplitudes différentes. Ce comportement est également mis en évidence dans les simulations numériques du cas potentiel effectuées par Vanden-Broeck [Van 1987]. On observe également dans cette région des solutions avec un écoulement supercritique à l'amont de l'obstacle et des ondes cnoidales à l'aval de celui-ci.

Sur la courbe (HM), les solutions sont de type *hydraulic fall* car les valeurs de α et F_0 sont telles que les ondes cnoidales n'apparaissent plus dans la solution (nombre d'onde infini).

Par rapport au cas Saint-Venant non-linéaire dont le diagramme de solution est représenté sur la figure (2.2), les solutions de Korteweg-de Vries forcées permettent d'inclure de la dispersion dans le système et ainsi déterminer une solution ondulatoire au voisinage du point $F_0 = 1, \alpha = 0$. Les solutions du modèle de Korteweg-de Vries forcé constituent donc un raffinement autour de ce point du plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$ par rapport aux solutions du modèle de Saint-Venant non-linéaire.

2.10.3 Korteweg-de Vries étendu (*extended KdV*)

Le modèle de Korteweg-de Vries étendu (*extended KdV*) constitue un modèle asymptotique permettant d'augmenter l'ordre des effets non-linéaires, $\alpha_p = \mathcal{O}(\varepsilon^3)$, par rapport à celui de la dispersion, $\beta_p = \mathcal{O}(\varepsilon^2)$. Ceci n'est pas le cas dans le modèle de Korteweg-de Vries forcé présenté ci-dessus (paragraphe 2.10.1 et 2.10.2) car, dans l'équation (2.58), les non-linéarités et la dispersion sont au même ordre, $\mathcal{O}(\varepsilon)$.

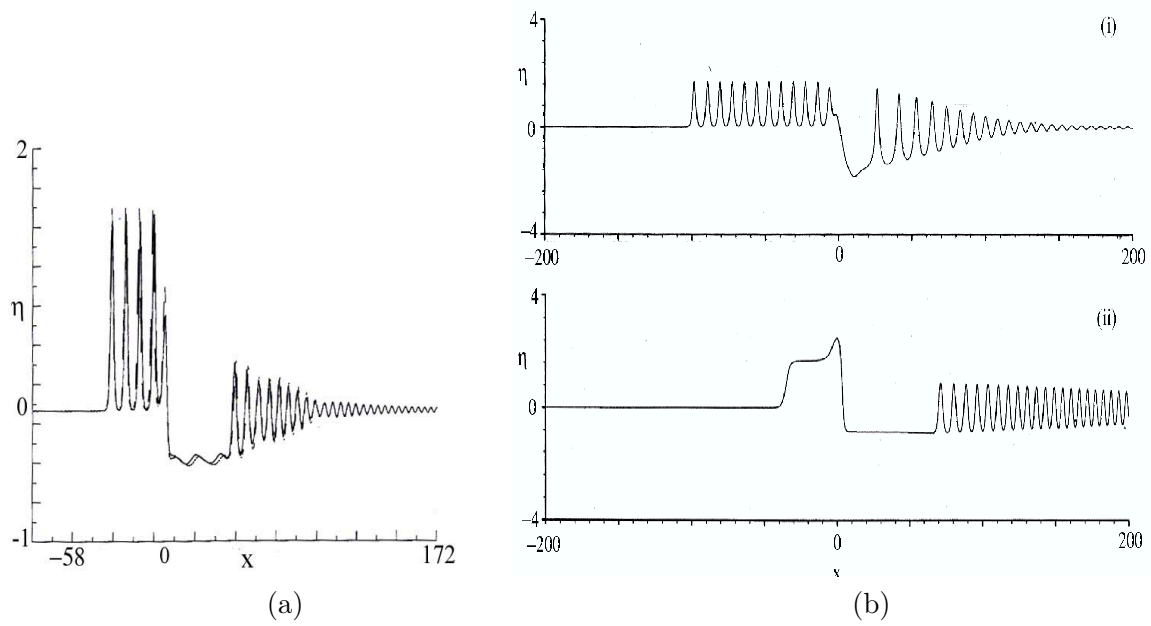


FIGURE 2.15 – Solution du modèle de Korteweg-de Vries étendu au voisinage du point de fonctionnement $F_0 = 1, \alpha = 0$: (a), comparaison avec le modèle de Korteweg-de Vries forcé (Marchant et Smyth [MS 1990]) : (- -) étendu, (-) forcé ; (b), solutions de l'équation (2.59) : (i) $\iota_e > 0$, (ii) $\iota_e < 0$ (d'après Grimshaw et coll. [GCC 2002]).

A l'image du modèle de Korteweg-de Vries forcé, le modèle étendu s'applique au voisinage du point ($F_0 = 1, \alpha = 0$). Ce modèle asymptotique constitue donc un raffinement de l'impact des effets non-linéaires sur la solution. Plusieurs méthodes sont utilisées pour établir une équation de Korteweg-de Vries étendue, dont deux exemples sont présentés dans ce paragraphe.

➤ Augmentation de l'ordre de dérivation

Le principe est d'augmenter l'ordre de dérivation de l'équation de Korteweg-de Vries forcé. L'équation à résoudre fait alors intervenir des dérivées cinquième de η . Les solutions obtenues sont les ondes cnoidales étendues. Cette méthode et ses solutions en présence d'un obstacle sont présentées de façon très détaillée dans les travaux de Marchant et Smyth [MS 1990]. De plus, ces auteurs proposent une comparaison entre les modèles de Korteweg-de Vries forcé et étendus. Sur la figure (2.15.a) est représenté un exemple de cette comparaison. En amont de l'obstacle, on observe que la première onde du train d'onde a une plus grande amplitude dans le modèle étendu. De plus, un déphasage montrant que les ondes solutions du modèle étendu se déplacent le plus vite, est également mis en évidence. En aval, l'amplitude du train d'onde ainsi que la cambrure des ondes sont plus grandes dans la solution obtenue avec le modèle de Korteweg-de Vries étendu. Comme remarqué pour les ondes formées en amont de l'obstacle, les ondes aval se déplacent plus vite avec le modèle étendu.

➤ Ajout d'un terme non-linéaire d'ordre 3

Grimshaw et coll. [GCC 2002] proposent également des solutions de l'écoulement stratifié en densité en présence d'un obstacle obtenues à l'aide d'un autre modèle de Korteweg-de Vries étendu. Un terme non-linéaire d'ordre 3 est ajouté directement à l'équation de Korteweg-de Vries forcé (2.58). A l'aide de ce terme, $\iota_e \eta^2 \frac{\partial \eta}{\partial x}$ (où ι_e est un coefficient déterminé à l'aide de l'état de base de l'écoulement stratifié), un terme cubique est introduit dans

l'équation. L'équation de Korteweg-de Vries étendue alors obtenue est (Grimshaw et coll. [GCC 2002]) :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + (F_0 - 1) \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{3}{2} \frac{a}{d_0} \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} - \nu_e \eta^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{1}{6} \frac{d_0^2}{\lambda^2} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = \frac{1}{2} F_0 \frac{\partial h}{\partial x}. \quad (2.59)$$

Sur la figure (2.15.b) sont représentées deux types de solutions instationnaires de l'équation (2.59) pour deux valeurs de ν_e , une positive et l'autre négative (les deux ayant même valeur absolue) à un instant donné.

Dans la solution notée (i) est telle $\nu_e > 0$, on constate qu'en amont de l'obstacle, un train d'onde propagatif se forme. En aval de l'obstacle, une zone sans onde est observée et à la suite de celle-ci, une train d'onde stationnaire se forme, il s'amortit lorsqu'on s'éloigne de l'obstacle. De part et d'autre de l'obstacle, la dynamique de la solution est qualitativement la même que dans la solution obtenue par Marchant et Smyth [MS 1990] (Fig. (2.15.a)).

La solution notée (ii) est telle $\nu_e < 0$, on observe trois grandes différences avec le cas où $\nu_e > 0$. Tout d'abord en amont de l'obstacle, il n'y pas de train d'ondes mis en évidence mais un *bore* se propageant vers l'amont se forme. Aux temps long, celui-ci disparaît de la solution et le profil de la surface libre est plat. Ensuite, en aval de l'obstacle, une zone sans onde est observée. Celle-ci est plus longue que dans le cas où $\nu_e > 0$. Enfin, un train d'onde s'amortissant très faiblement apparaît en aval de la zone sans onde. La dynamique de ce train d'onde semble proche de celle d'un ressaut hydraulique ondulé car la première onde s'apparente à un choc (cambrure très forte) et le train d'onde s'amortit faiblement. Aux temps longs, cette solution s'apparente, proche de l'obstacle, à celle de type *hydraulic fall* décrite dans le paragraphe 2.10.2.

A l'aide de ces deux exemples, on observe quelques différences entre les modèles de Korteweg-de Vries forcé et étendu. Le modèle étendu constitue bien un raffinement de l'influence des effets non-linéaires et peut donc être ensuite utilisé dans l'analyse des solutions où apparaissent de fortes discontinuités dans l'écoulement (séparation effets dispersifs et non-linéaires).

Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre que des solutions ondulatoires de l'écoulement à surface libre au-dessus d'un obstacle peuvent être obtenues à l'aide de modèles asymptotiques issus de la théorie potentielle. Les modèles font alors intervenir des paramètres que l'on peut mettre en évidence à l'aide d'une analyse dimensionnelle. Les solutions obtenues à l'aide des différentes théories sont très variées en fonction du modèle considéré, essentiellement à cause des limites imposées par les hypothèses de dérivation du modèle. L'influence des non-linéarités et de la dispersion sont assez bien mises en évidence à l'aide de comparaison des diverses approches.

Les paramètres issus de l'analyse asymptotique sont très bien connus dans le cas à fond plat (α_p et β_p). Cependant, en présence de l'obstacle, les deux autres paramètres ne sont pas très bien définis. Ainsi, en considérant l'obstacle de petite taille, les modélisations s'effectuent en s'affranchissant de la présence de celui-ci (la taille de l'obstacle est alors d'ordre ε). Pour tenter de déterminer leur rôle dans la dynamique de la solution ondulatoire et à l'aide d'études paramétriques nous avons examiné l'effet de α et β . Deux constatations émergent : α a un effet sur la linéarité/non-linéarité des ondes, mais l'effet de β apparaît moins clair. Cependant, ces constatations méritent un approfondissement c'est pourquoi l'étude de l'influence de ces deux paramètres va être conduite expérimentalement à partir du chapitre 4. Dans cette optique les expériences que nous avons menées apporteront des réponses d'une part sur le paramètre α car

nous avons fait varier ce paramètre dans les points de fonctionnement que nous avons observés. De plus l'utilisation de deux obstacles de rapports d'aspect différents permet de quantifier l'influence du paramètre β . Ainsi il est possible de séparer l'influence de ces deux paramètres, ce qui n'est pas le cas dans les méthodes asymptotiques que nous venons de présenter.

Enfin, pour chaque modèle, un diagramme de solutions dans un plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$ a pu être établi. Cependant, ceux-ci sont directement reliés aux modèles et à leurs hypothèses. Il est alors pertinent de déterminer quels sont, dans le plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$, les régions où les hypothèses de ces modèles sont respectées.

CHAPITRE 3

Dispositif expérimental et métrologie

Sommaire

3.1	Caractéristiques du canal et choix des obstacles	50
3.2	Positionnement longitudinal de l'obstacle	53
3.3	Sonde capacitive	56
3.4	Ombroscopie	58
3.5	Vélocimétrie par images de particules	62

Introduction

Dans ce chapitre, nous décrivons le dispositif expérimental ainsi que les techniques métrologiques utilisés lors de cette étude.

Dans la première partie, nous présentons les caractéristiques du canal à surface libre et des obstacles utilisés. Ensuite, une discussion sur le positionnement des obstacles suivant la direction longitudinale est conduite (§3.2). A l'issue de cette discussion, la présentation des méthodes de mesure est proposée.

Au cours de nos expériences, la position de la surface libre est mesurée avec des sondes capacitives d'une part (§3.3) et par ombroscopie d'autre part (§3.4). Avec ces deux méthodes, les profils de surface libre sont mesurés dans le plan médian du canal, en $y = 0$. Ce plan est noté par la suite $(O, x, 0, z)$ et la hauteur d'eau $d(x, 0, t)$, en ce plan, est notée $d_m(x)$. Les champs de vitesses bidimensionnels sont mesurés par vélocimétrie par images de particules (§3.5) dans ce même plan $(O, x, 0, z)$ et autour de l'obstacle.

3.1 Caractéristiques du canal et choix des obstacles

3.1.1 Le canal

Les expériences ont été conduites dans un canal à surface libre représenté sur la figure (3.1).

Il s'agit d'un canal de 14 m de long, de section rectangulaire, ayant une largeur de 0.25 m et une hauteur de 0.5 m. Toutes les parois sont en verre. Ce canal a une pente géométrique fixe, $I = 0.17\%$. En amont et en aval du canal se trouvent deux cuves en inox. La cuve amont est équipée d'une grille perforée ($\varnothing = 3 \text{ mm}$) et d'un entonnement convergent, destinés à diminuer le niveau de turbulence de l'écoulement et à réduire les perturbations à l'entrée du canal. En aval du canal, l'eau se déverse dans la deuxième cuve puis est réacheminée par un canal de retour vers la cuve amont, l'écoulement s'effectuant en circuit fermé. L'écoulement est entretenu par une pompe dont nous contrôlons la fréquence de rotation à l'aide d'un variateur électronique. Celui-ci nous permet de régler le débit de l'écoulement Q_c avec une précision de 0.05 l.s^{-1} . Les débits, mesurés à l'aide d'un débitmètre électronique, varient alors dans une gamme telle que $Q_{c_{min}} = 3 \text{ l.s}^{-1}$ et $Q_{c_{max}} = 28.2 \text{ l.s}^{-1}$. L'ajustement de la hauteur d'eau de l'état de base, d_0 , s'effectue à l'aide d'un système de deux vannes motorisées, pilotées par ordinateur. Le pas d'ouverture de ces vannes est 4.5 mm. La vanne amont est située à 2 m en aval de l'entrée du canal et la vanne aval constitue le déversoir. Compte tenu des caractéristiques de ce dispositif, les paramètres que nous contrôlons sont le débit Q_c et la hauteur d'eau d_0 de l'état de base. Ainsi on peut définir un facteur de blocage, α et un nombre de Froude, F_0 pour chaque écoulement étudié.

Ce canal est bien adapté aux méthodes de mesures que nous avons souhaité employer au cours de notre étude. En effet, il est équipé d'un rail de guidage permettant de déplacer un porte-sonde suivant l'axe longitudinal et ainsi d'effectuer des mesure de position de la surface libre selon l'axe x avec les sondes capacitives. De plus, les parois latérales et du fond étant en verre, les méthodes de mesures optiques, ombroscopie et vélocimétrie par images de particules, peuvent être mises en œuvre.

3.1.2 Les obstacles

Au cours de nos expériences, nous avons utilisé deux types d'obstacles : un demi-cylindre et un obstacle de forme gaussienne. Ces obstacles sont qualifiés de bidimensionnels car ils sont invariants suivant la direction transversale à l'écoulement et leur profondeur est égale à la largeur du canal, soit 25 cm.

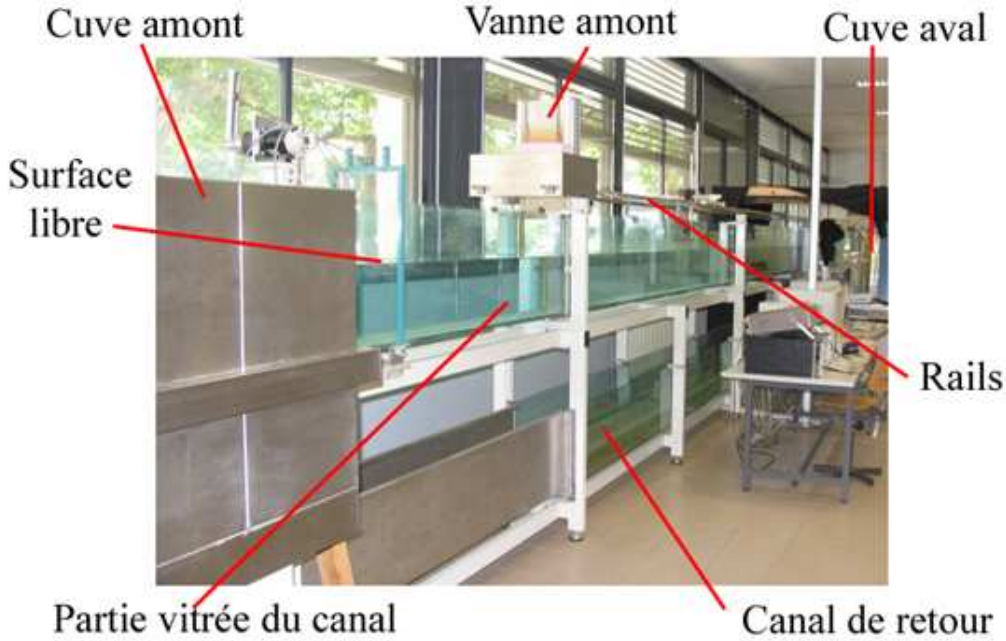


FIGURE 3.1 – Canal à surface libre utilisé pour notre étude

L'obstacle de forme gaussienne a pour équation $h(x) = H \exp\left(\frac{-x^2}{2L^2}\right)$. Le rapport d'aspect, $\beta = \frac{H}{L}$, de ces obstacles est $\beta = 0.58$ pour le demi-cylindre et $\beta = 0.23$ pour la gaussienne. Ici L est la longueur, suivant \mathbf{x} , mesurée à la demi-hauteur de l'obstacle (Fig. (1.1)). Ce choix permet d'étudier l'effet du changement d'obstacle sur le profil de la surface libre et sur l'écoulement local. Cependant, il convient de noter que ce rapport d'aspect ne traduit pas totalement le changement de forme entre les deux types d'obstacle. La discussion sur l'effet du changement d'obstacle portera ainsi sur les deux aspects, effet de forme et effet de β . Pour ces deux types d'obstacle, deux tailles différentes ont été utilisées ($H = 1.7 \text{ cm}$ et $H = 4.1 \text{ cm}$) afin d'atteindre un plus grand nombre de points de fonctionnement dans le plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$. Enfin, l'utilisation de méthodes optiques et notamment de la mesure de vitesses par images de particules nécessite l'utilisation d'obstacles transparents laissant passer le faisceau laser.

3.1.3 Régions observables et points de fonctionnement analysés dans le plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$

Parmi les caractéristiques du canal et des obstacles que nous avons décrites ci-dessus (§3.1.1 et 3.1.2), la gamme de débit Q_c et les hauteurs d'obstacles H nous permettent de définir les régions du plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$, appelées régions observables, que nous pouvons explorer au cours de nos expériences. Sur la figure (3.2) sont représentées par des pointillés les frontières de la région observable. Ainsi, pour $F_0 < 0$, cette région observable est délimitée par les quatre frontières notée π_i avec $i = 1 \dots 4$ et lorsque $F_0 > 1$, la région observable est située à droite de la frontière π_1 . Voici le descriptif de ces frontières de la figure (3.2) :

- La frontière π_1 correspond au cas où le débit de l'écoulement est le minimum, $Q_c = 3 \text{ l.s}^{-1}$.
- La frontière π_2 correspond au cas où le débit de l'écoulement est le maximum, $Q_c = 28.2 \text{ l.s}^{-1}$.
- Les frontières π_3 et (resp. π_4) sont déterminées manuellement en associant à chaque débit,

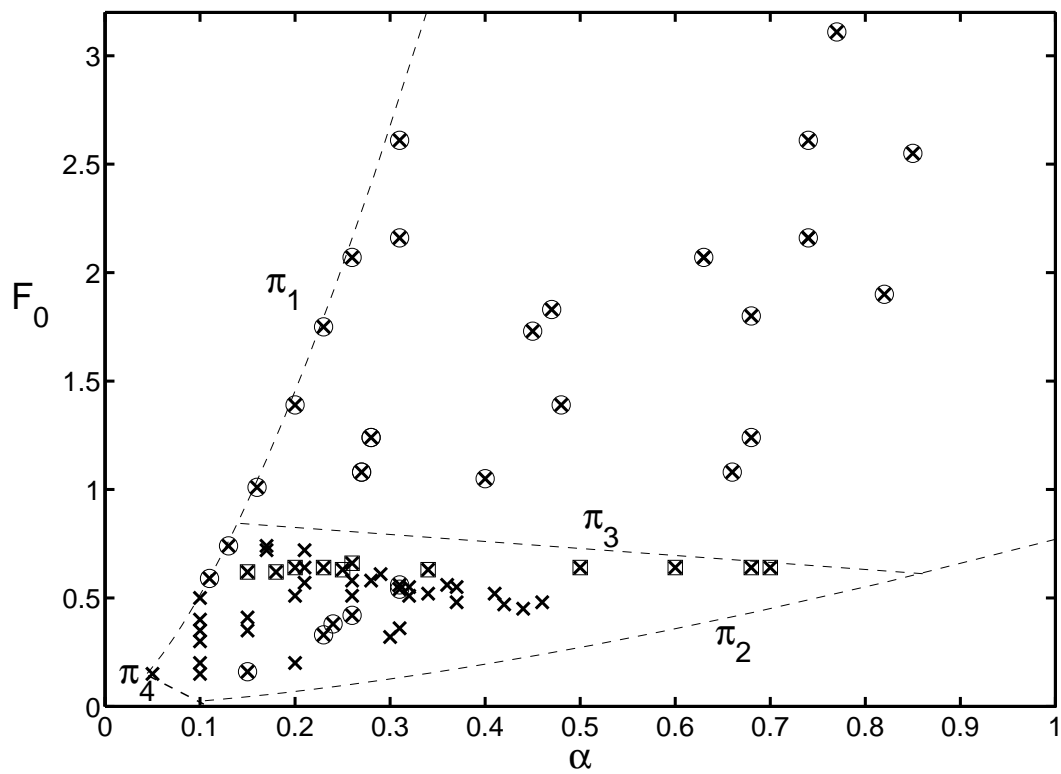


FIGURE 3.2 – Plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$: π_i avec $i = 1 \dots 4$, frontières de la zone observable et position des points de fonctionnement analysées dans le cas où l'écoulement de base est sous-critique avec mesure de la surface libre avec sonde capacitive (\boxtimes) ; mesure de la surface libre par ombroscopie (\otimes) ; points utilisés pour la définition visuelle des frontières des régimes (\times).

la hauteur d'eau, d_0 minimale (resp. maximale) et donc la valeur de α minimale (resp. maximale) que l'on peut atteindre. (lorsque $F_0 < 1$).

Outre les frontières que nous venons de présenter, on peut observer sur la figure (3.2) les points de fonctionnement que nous avons analysés au cours de notre étude. Comme nous avons utilisé plusieurs méthodes expérimentales pour les mesures de hauteurs d'eau, nous avons, par commodité, différencié le repérage de ces points de fonctionnement dans le plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$ par des symboles dont le repérage est le suivant : les points de fonctionnement repérés par le symbole (\boxtimes) ont été étudiés à l'aide des sondes capacitives, ceux repérés par le symbole (\otimes) ont été analysés grâce à la méthode ombroscopique et les points de fonctionnement symbolisés par (\times) ont servi à la détermination visuelle des frontières entre les régimes (mesure de quelques dimensions caractéristiques du profil de la surface libre sur toute la longueur du canal). Le choix des points étudiés en détails (symbolisés par (\boxtimes) et (\otimes)) est justifié soit par leur proximité des frontières des régimes, soit parce qu'ils permettent de discriminer les effets des paramètres α et F_0 (en fixant un des deux paramètres α ou F_0 et en faisant varier l'autre). Les points de fonctionnement dont le champ de vitesse a été étudié par vélocimétrie par images de particules ne sont pas repérés car d'une part il s'agit de la seule méthode de mesure de vitesses utilisée et d'autre part, il n'y en a pas de supplémentaires par rapport à ceux déjà repérés.

3.2 Positionnement longitudinal de l'obstacle

Le positionnement longitudinal de l'obstacle n'est pas anodin. En effet, l'obstacle étant placé sur la paroi du fond du canal, l'écoulement incident sur celui-ci est un écoulement de couche limite turbulente à surface libre. Cette couche limite turbulente est pleinement développée lorsque son épaisseur, $\delta(x, y, t)$, est telle que $\delta(x, y, t) = d(x, y, t)$.

3.2.1 Effets de l'état de développement de la couche limite turbulente

A une abscisse donnée, les propriétés de l'écoulement ne sont pas les mêmes selon que l'écoulement est pleinement développé ou non. Par exemple, Wilson et Turner [WT 1972] ont montré que la position d'un ressaut hydraulique dépendait non seulement du nombre de Froude de l'écoulement mais aussi du développement de la couche limite. De même, Leutheusser et Kartha [LK 1972] ont étudié les hauteurs conjuguées et la longueur (distance séparant l'abscisse du pied du ressaut hydraulique de l'abscisse de sa crête) d'un ressaut hydraulique. Ces auteurs montrent notamment que quand l'écoulement est pleinement développé le ressaut hydraulique est plus long et le rapport des hauteurs conjuguées plus faible que lorsque l'écoulement n'est pas développé. De plus, lorsque la couche limite est pleinement développée, la vitesse verticale est petite devant la vitesse longitudinale ($\leq 5\%$). Cette propriété est intéressante pour notre travail. En effet, les modèles asymptotiques sont dérivés pour un écoulement incident sur l'obstacle uniforme. Il est donc nécessaire d'obtenir expérimentalement un écoulement incident sur l'obstacle à vitesse verticale faible pour envisager des comparaisons. En outre, expérimentalement, la mesure de $d(x, y, t)$ est moins fastidieuse que la mesure de $\delta(x, y, t)$. Ainsi, pour ces raisons et compte tenu des résultats Leutheusser et Kartha [LK 1972] et Wilson et Turner [WT 1972], nous souhaitons placer l'obstacle dans une région du canal où la couche limite turbulente est pleinement développée. Il est donc nécessaire de disposer de critères d'estimation de la longueur de développement de la couche limite, L_d .

3.2.2 Critères de développement de la couche limite

Des critères permettant de connaître l'état du développement de la couche limite sont établis dans la littérature, à la fois pour des écoulements supercritiques et souscritiques.

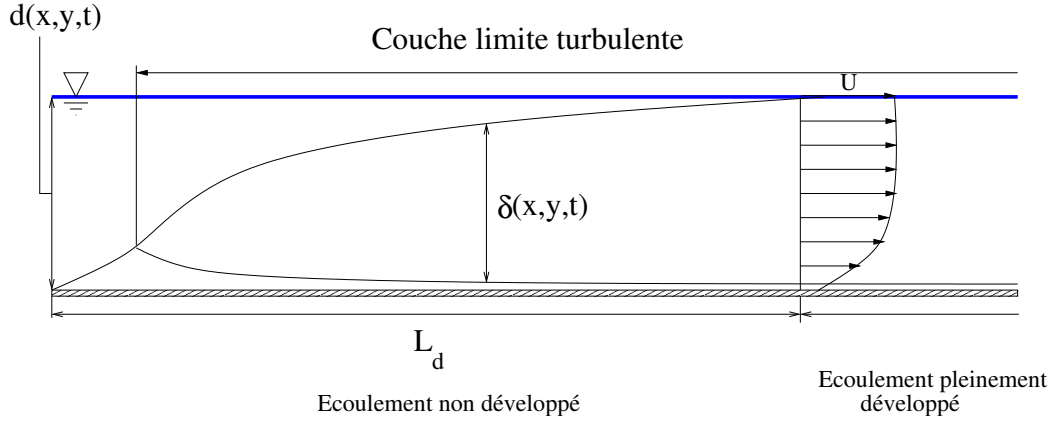


FIGURE 3.3 – Schéma de l'écoulement souscritique, issu de Kirkgoz et Ardiclioglu [KA 1997].

➤ Ecoulement souscritique (Fig. (3.3))

Kirkgoz et Ardiclioglu [KA 1997] ont mesuré des profils de vitesses longitudinales par anémométrie laser-doppler (LDA) dans un canal à surface libre lisse et rectangulaire. Ils ont ainsi déterminé une loi empirique reliant la longueur de développement adimensionnelle, $\xi = \frac{L_d}{d_0}$, et $R_F = \frac{R_e}{F_0}$, le rapport des nombres de Froude, F_0 , et de Reynolds, R_e , de l'écoulement :

$$\xi = 76 - 0.0001R_F \quad (3.1)$$

où $R_e = \frac{4u_0r_h}{\nu}$ avec r_h , le rayon hydraulique. La relation (3.1) a été établie pour $2.8 \times 10^4 < R_e < 1.4 \times 10^5$, $0.3 \leq F_0 \leq 0.66$ et pour des rapport d'aspect de l'écoulement, $\Gamma_e = \frac{W_c}{d_0}$ tels que $1.5 \leq \Gamma_e \leq 12$. Cette gamme de valeurs de R_e est proche de celle de notre étude de même que la gamme des valeurs du nombre de Froude F_0 . En outre, Γ_e varie, dans notre étude et pour un état de base souscritique, entre les valeurs 1.5 et 5. Nous en déduisons donc que la loi empirique (3.1) est adaptée aux écoulements que nous étudions et nous la retenons donc comme critère d'estimation de la longueur de développement de la couche limite turbulente pour les écoulement souscritiques étudiés au cours de nos expériences.

➤ Ecoulement supercritique (Fig. (3.4))

D'après Leutheusser et Kartha [LK 1972], pour qu'un écoulement supercritique généré par un vanne soit pleinement développé, il faut que $\frac{L_d}{o_v} \geq 200$, avec o_v l'ouverture de la vanne (Fig. (3.4)). Cette condition semble trop contraignante d'après l'étude menée par Ohtsu et Yasuda [OY 1994]. Ces auteurs, en effet, montrent que la longueur de développement de la couche limite turbulente, L_d , dépend du nombre de Reynolds, R_e et du nombre de Froude, F_0 . Une analyse en fonction de ces deux paramètres a permis à ces auteurs de définir des lois d'estimation de L_d en fonction de R_e et F_0 . Ces conditions présentent l'avantage d'être moins contraignantes que la loi de Leutheusser et Kartha [LK 1972] et adaptées à l'écoulement de couche limite étudié. Notamment, on déduit des travaux de Ohtsu et Yasuda [OY 1994] que, pour des nombre de Reynolds $R_e < 2 \times 10^5$ et de Froude $F_0 < 5$, ce qui est vérifié pour l'ensemble des points de fonctionnement que nous étudions, la longueur de développement de la couche limite est telle que

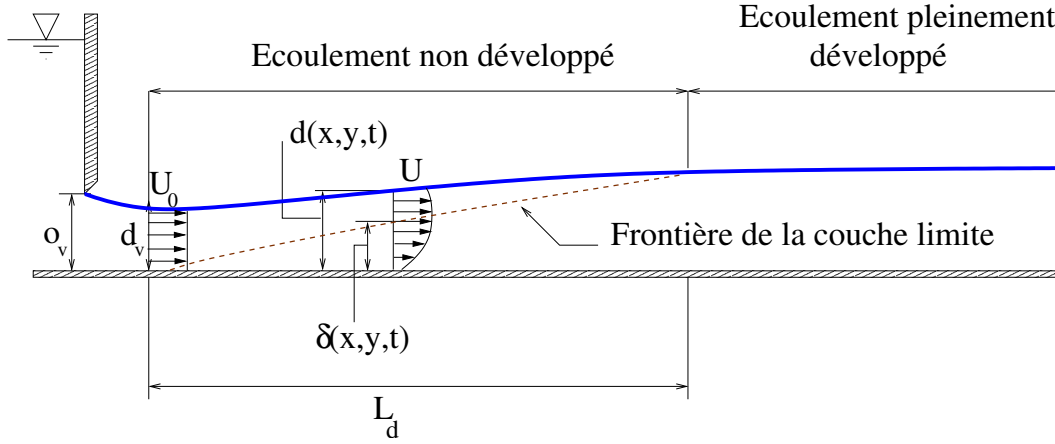


FIGURE 3.4 – Schéma de l'écoulement supercritique, issu de Ohtsu et Yasuda [OY 1994].

$$\frac{L_d}{d_v} \geq 80, \quad (3.2)$$

où d_v est le minimum de la surface libre en aval et proche de la vanne amont (Fig. 3.4)). Nous n'avons pas mesuré d_v au cours de nos expériences, mais nous connaissons l'ouverture de la vanne, o_v , pour chaque point de fonctionnement que nous avons considéré et il existe une approximation empirique établie par Rajaratnam [Raj 1977] qui permet d'estimer d_v à partir de o_v : $d_v = 0.64o_v$. Ainsi, la relation (3.2) se réécrit

$$\frac{L_d}{o_v} \geq 51.2 \quad (3.3)$$

C'est ainsi que, pour estimer la longueur de développement de la couche limite pour un état de base supercritique, nous appliquerons donc la relation (3.3).

3.2.3 Détermination de la position de l'obstacle

Lorsque l'état de base est souscritique, la longueur de développement maximale obtenue, à l'aide de la relation (3.1), sur l'ensemble des écoulements que nous avons étudié, est $L_d \sim 7 \text{ m}$. Cette longueur est alors à mesurer à partir de l'entrée du canal. De même, pour l'ensemble des écoulements ayant un état de base supercritique, la longueur de développement maximale obtenue, à l'aide de la relation (3.3), est $L_d \sim 5.30 \text{ m}$. Pour générer les écoulements dont l'état de base est supercritique, la vanne amont est utilisée et nous avons vu, dans la description du canal (§3.1), que celle-ci se situe 2 m en aval de l'entrée du canal. Cela signifie donc que pour estimer le positionnement de l'obstacle par rapport à l'entrée du canal, il faut rajouter 2 m à la longueur L_d lorsque l'état de base est supercritique.

En résumé, il faut donc, pour que l'écoulement incident soit pleinement développé pour l'ensemble des écoulements que nous étudions, placer l'obstacle à une distance minimale de 7.3 m de l'entrée du canal.

Par ailleurs, nous souhaitons mesurer la position de la surface libre à la fois en amont et en aval de l'obstacle et suffisamment loin. Il faut donc qu'il n'y ait ni de perturbations issues de la cuve amont, ni de perturbations provenant de la cuve aval. En plaçant l'obstacle à une

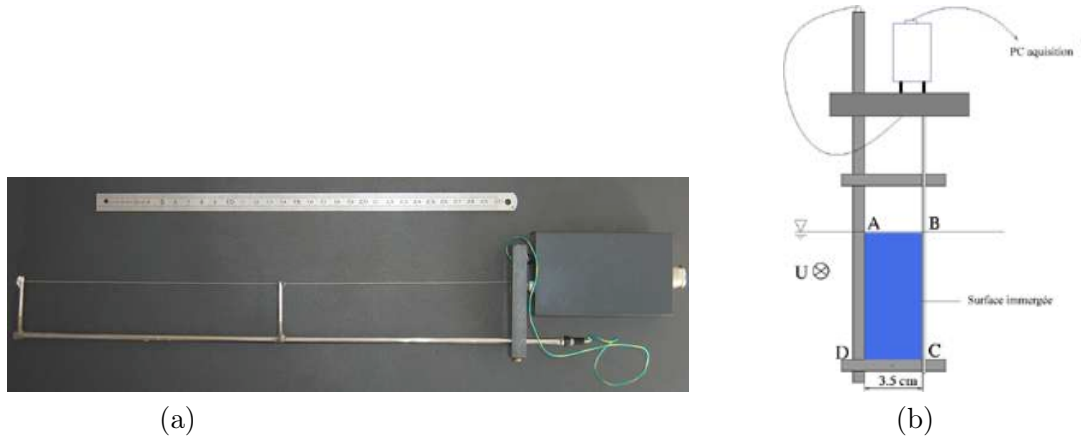


FIGURE 3.5 – (a), Sonde capacitive et (b), principe de mesure

abscisse telle que la couche limite soit pleinement développée, on s'affranchi des perturbations issues de l'entrée du canal. Par contre, en aval de l'obstacle, nous avons pu observer, lors d'études préliminaires, que la surface libre est perturbée par le déversoir sur une distance de 3 m environ en amont de celui-ci. Cela implique que les 3 derniers mètres de la partie vitrée du canal, en amont du déversoir, sont inutilisables pour effectuer nos mesures. Il s'agit là de la dernière contrainte dans la détermination de la position de l'obstacle.

Finalement, l'obstacle a été placé à 7.5 m de l'entrée du canal. Ce choix permet d'avoir une distance exploitable pour les mesures de la position de la surface libre de 3 m en aval de l'obstacle et de respecter la distance minimale pour que la couche limite soit pleinement développée dans toutes nos expériences.

3.3 Mesure de la position de la surface libre par sondes capacitatives

Dans ce paragraphe, le principe de la mesure à l'aide des sondes capacitatives ainsi qu'une estimation d'erreur sont présentées. Le détail de la conception électronique de la sonde n'y est pas développé mais se trouve dans Jarnot [Jar 1997].

3.3.1 Principe de la mesure

La figure (3.5.a) présente une sonde capacitive. Celle-ci fonctionne comme un condensateur dont on va chercher à mesurer la capacité, proportionnelle à la profondeur immergée. Le condensateur est formé par un fil de cuivre gainé de téflon d'une part - l'isolant - et l'armature en acier - le conducteur d'autre part. En outre, le contraste entre les propriétés électriques de l'air, isolant (conductivité $\sigma \rightarrow 0 \mu S.cm^{-1}$) et de l'eau, très bon conducteur (conductivité $\sigma = 400 \mu S.cm^{-1}$), fait de la sonde capacitive un outil bien adapté à la mesure de hauteurs d'eau.

En pratique, la sonde est placée dans le plan normal à l'écoulement (y, z) , en $y = 0$ et est partiellement immergée. La capacité alors mesurée est proportionnelle à la surface immergée de la sonde, ABCD sur la figure (3.5.b). De cette capacité, est déduite la hauteur d'eau. Il s'agit d'une mesure ponctuelle. Pour obtenir un profil de la surface libre, un déplacement de la sonde suivant la direction longitudinale est effectué. La sonde est ainsi fixée à un porte-sonde posé sur le rail de guidage solidaire du canal (Fig. (3.1)). Au cours de nos expériences, la résolution longitudinale est de 3 cm en moyenne. La longueur des profils de la surface libre mesurés varie de 2 m à 3 m en fonction des points de fonctionnement étudiés.

La position de la surface libre obtenue est une grandeur instantanée, or, nous souhaitons obtenir une valeur moyenne de ces grandeurs instantanées en chaque position spatiale de la sonde. La fréquence d'échantillonnage que nous avons choisi pour effectuer ces mesures est 400 Hz car la fréquence maximale de la sonde est 200 Hz. Les moyennes sont calculées sur une minute et donc le nombre de valeurs instantanées sur lesquelles sont calculées les moyennes est $N_s = 24000$.

3.3.2 Procédure d'étalonnage de la sonde

Il est nécessaire d'effectuer un étalonnage. Pour cela, dans un réservoir gradué, la sonde est déplacée verticalement dans un volume d'eau au repos. Sur une hauteur d'eau de 10 cm, tous les centimètres, la correspondance hauteur d'eau/tension est relevée. Une régression linéaire est ensuite effectuée entre les points relevés en vue d'obtenir une droite d'étalonnage de la sonde. Il convient de noter que le zéro de la sonde est choisi à 2 cm au-dessus de la barre métallique horizontale inférieure de la sonde (segment CD sur la figure (3.5.b)), pour éviter que celle-ci ne perturbe les mesures (conductivité de la barre métallique CD). Au cours de nos expériences, ce processus d'étalonnage est effectué chaque jour, pour chaque sonde utilisée. Par ailleurs, la dérive électronique de la sonde au cours d'une journée de huit heures est inférieure à 5%.

3.3.3 Estimation de l'erreur de mesure de la position de la surface libre

L'erreur totale sur la mesure de la position de la surface libre se décompose en une somme d'erreurs liées à chacune des manipulations successives de la mesure de la position de la surface libre. C'est ainsi que nous avons identifié les erreurs suivantes :

➤ Sur la pente géométrique du canal

Pour mesurer la pente du canal, nous avons fermé et rendu étanches les vannes amont et aval du canal afin d'obtenir une cuve remplie d'eau au repos. Ce choix permet d'obtenir une hauteur de référence, l'horizontale, définie par la surface libre au repos. Ensuite, à l'aide d'un réglet et d'un théodolite, la position de la paroi du fond du canal par rapport à l'horizontale est mesurée en plusieurs points dans le plan $(O, x, 0, z)$ et le long de l'axe longitudinal. Une régression linéaire permet ensuite de déterminer la pente moyenne du canal, $I = 0.17\%$. L'erreur commise sur la mesure du fond du canal se décompose en deux erreurs : une liée à la graduation du réglet, $\delta_r = \pm 0.25 \text{ mm}$ et l'autre liée à l'interpolation des points expérimentaux lors de la régression linéaire, δ_{rl} . L'évaluation de cette erreur est effectuée à l'aide du calcul de l'écart-type de la pente et est $\delta_{rl} \pm 1 \text{ mm}$. Finalement, l'erreur obtenue est $\delta_I = \sqrt{\delta_r^2 + \delta_{rl}^2} \sim \pm 1 \text{ mm}$.

➤ Sur la pente des rails de guidage

De même, la position des rails de guidage a été mesurée en plusieurs points, le long de l'axe longitudinal, et une interpolation de ces points a été effectuée. Là encore, l'erreur est due à cette interpolation et son estimation est $\delta_{rails} = \pm 1 \text{ mm}$.

➤ Sur la position du zéro de la sonde

La position du zéro de la sonde, une fois celle-ci immergée, est mesurée par rapport aux rails. Cette grandeur est relevée une fois, à l'aide d'un réglet, pour la première position de la sonde pour chaque profil de la surface libre. L'erreur estimée sur cette position est $\delta_{zs} = \pm 0.25 \text{ mm}$ et correspond à la graduation du réglet.

➤ Sur la mesure obtenue avec la sonde capacitive

Cette erreur porte sur la hauteur d'eau mesurée avec la sonde et est due d'une part à l'erreur électronique et d'autre part à l'étalonnage de la sonde. L'erreur électronique est évaluée avec l'écart-type de la tension moyenne : $\delta_{elec} \pm 10^{-2} \text{ mm}$. La deuxième erreur est

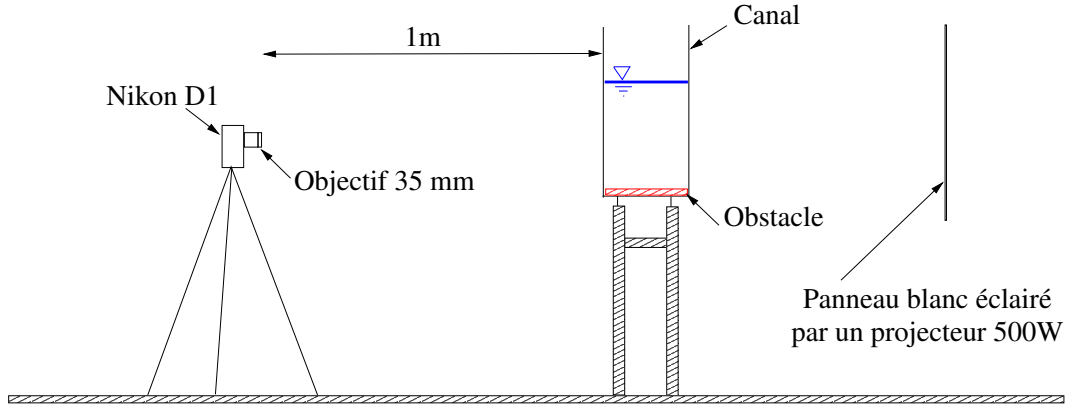


FIGURE 3.6 – Schéma du dispositif de mesure par ombroscopie.

liée à l'interpolation des points d'étalonnage. Celle-ci est calculée avec l'écart-type de la courbe d'étalonnage : $\delta_{etal} = \pm 0.5 \text{ mm}$

Finalement, l'estimation de l'erreur totale commise sur la mesure de la position de la surface libre, à l'aide des sondes capacitives, est :

$$\delta_{total} = \sqrt{\delta_I^2 + \delta_{rails}^2 + \delta_{zs}^2 + \delta_{elec}^2 + \delta_{etal}^2} \sim \pm 1 \text{ mm} \quad (3.4)$$

3.4 Détection de la surface libre par ombroscopie

La deuxième méthode destinée à mesurer la position de la surface libre mise en oeuvre au cours de nos expériences est une méthode ombroscopique. Le principe de celle-ci est d'utiliser les propriétés optiques de la surface libre pour en détecter la position. Cette méthode fait donc appel à un traitement optique d'images haute résolution de la surface libre et nécessite une instrumentation spécifique.

3.4.1 Dispositif ombroscopique

Sur la figure (3.6), nous avons schématisé le dispositif et l'instrumentation utilisés pour la détection de la position de la surface libre par ombroscopie.

Celui-ci se compose, d'un coté du canal, d'un appareil photographique numérique placé sur un pied photographique. L'appareil photographique utilisé est le Nikon D1 dont les caractéristiques sont les suivantes :

- capteur DTC avec filtre couleur (RVB) de $2000 \times 1312 \text{ px}^2$ et de taille $23.7 \times 15.6 \text{ mm}^2$,
- dynamique : 12 bits, soit 4096 niveaux de gris .

Le Nikon D1 est connecté à un ordinateur à partir duquel on effectue les réglages (mise au point, ouverture de l'objectif, temps d'exposition) et l'acquisition des images des profils de la surface libre. De l'autre côté du canal, parallèlement à celui-ci, nous avons disposé, face à l'appareil photographique, un panneau blanc éclairé par un projecteur de puissance 500 W. Ce choix a pour but d'augmenter le contraste optique entre la surface libre et l'arrière plan lors de la prise d'images d'une part et de rendre l'éclairage plus homogène d'autre part. Au cours de nos investigations, le projecteur est la seule source lumineuse de la salle d'expériences.

Le Nikon D1 est équipé d'un objectif optique Nikkor de focale 35 mm et d'ouverture $f = 2$. La région d'intérêt sur laquelle est focalisé l'appareil photographique se situe au voisinage de l'obstacle. En fonction des caractéristiques de l'état de base, les phénomènes apparaissant à la

surface libre varient d'un point de fonctionnement à un autre et donc afin de mieux observer chacun des phénomènes, nous avons été amenés à changer la position longitudinale de l'appareil photographique. Ce changement de position reste néanmoins assez limité dans l'espace et se situe autour à une distance du canal d'environ 1 *m*. La qualité des images n'est pas altérée mais ces variations de positions conduisent à des variations de la résolution de la mesure et de la taille de la région d'intérêt.

A une distance de 1 *m*, compte tenu des hauteurs d'eau observées et de l'objectif optique que nous avons utilisé, seule la partie centrale du capteur, selon l'axe vertical, est exposée. Ainsi, une telle distance entre l'appareil photographique et le canal suffit pour limiter les effets de parallaxe. De plus, afin de s'affranchir des effets de bord, nous n'avons pas considéré les pixels les plus proches des bords du capteur (environ une centaine de chaque côté). Au final, la région d'intérêt a donc une longueur, suivant l'axe horizontal, de 1700 *px* à 1800 *px* qui correspond à une longueur physique de 105 *cm* à 130 *cm* (en fonction de la position du Nikon D1). La longueur du profil de surface libre obtenu est plus petite avec la méthode ombroscopique que celle obtenue avec les sondes capacitives. Enfin, la région d'intérêt est focalisée au voisinage de l'obstacle.

3.4.2 Traitement des images

A l'issue de l'acquisition des images, il s'agit d'effectuer la détection de la position de la surface libre. Ce travail est effectué en trois étapes :

3.4.2.1 Extraction du contour de la surface libre

Cette opération permet d'isoler le contour de la surface libre du reste de l'image. Celui-ci est effectué à l'aide du logiciel de traitement d'images Optimas v6.1 qui permet, à partir de l'image de la surface libre brute d'en extraire le contour. Dans ce paragraphe, nous détaillons de façon chronologique, à partir d'un exemple, la méthodologie utilisée pour l'extraction du profil de la surface libre. Afin d'illustrer nos explications et d'en faciliter le suivi, nous faisons référence aux figures (3.7.a) à (3.7.d) qui présentent les grandes étapes du traitement des images.

➤ Calibration spatiale de la mesure

La détermination de la calibration spatiale permet d'établir un coefficient de correspondance entre les échelles physiques et l'image numérique. Ce coefficient est établi à partir de l'image numérisée d'une mire placée au sein du fluide et dans le plan de mesure. L'unité de ce coefficient est le pixel/centimètres, $px.cm^{-1}$. Sur l'exemple de la figure (3.7), la calibration spatiale de l'image est 17.5 $px.cm^{-1}$.

➤ Division de l'image brute par une image de fond

Nous souhaitons isoler le contour de la surface libre du reste de l'image, or, pour cela, il est nécessaire d'avoir un très grand contraste d'intensité lumineuse entre la surface libre et le reste de l'image. Malheureusement, compte tenu de la difficulté d'obtenir un arrière plan d'intensité lumineuse parfaitement homogène, cette contrainte n'est pas respectée, comme on peut le voir sur l'image brute de la figure (3.7.a). L'image ne peut donc pas être exploitée en l'état. Il faut donc augmenter encore le contraste entre le fond de l'image et la surface libre pour isoler celle-ci. Le principe de la division par une image de fond consiste à ôter à l'image brute la signature de l'arrière plan. Cette méthode s'appuie sur le fait qu'à chaque pixel de l'image brute correspond un niveau de gris compris entre 0 (noir) et 255 (blanc). Sachant cela, il faut créer une image de l'arrière plan à partir de l'image brute en masquant la surface libre, l'image de fond. Ensuite, il suffit de faire une division des niveaux de gris de l'image brute par l'image de fond pixel par pixel et l'on obtient une image résultante beaucoup plus contrastée et mettant plus clairement en évidence la surface libre (Fig. (3.7.b)).

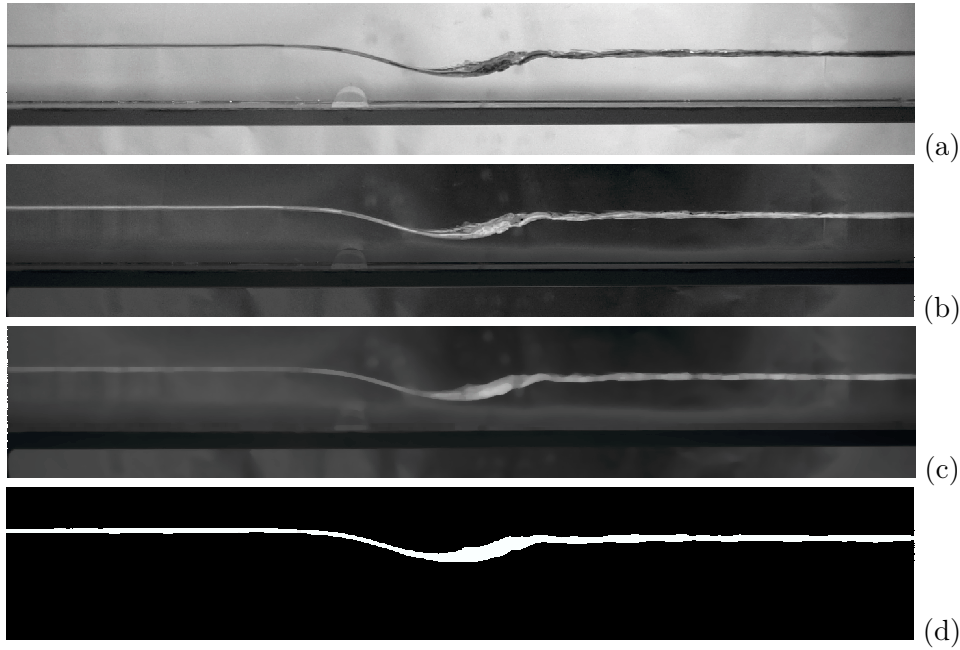


FIGURE 3.7 – Etapes de la détection de la position de la surface libre : (a), image brute ; (b), division par le fond ; (c), filtrage médian $5 \times 5 \text{ px}^2$; (d) ; seuillage et binarisation

➤ Filtrage

Le filtrage permet d'atténuer les bruits présents dans l'image et d'augmenter la netteté de la surface libre. Au cours de ce traitement d'image, le filtre médian de dimension $5 \times 5 \text{ px}^2$ a été retenu. Avec ce filtre, au voisinage d'un pixel donné, on lui attribue la valeur médiane du niveau de gris des pixels autour de celui-ci (Fig. (3.7.c)).

➤ Seuillage et binarisation

A l'issue du filtrage, la dernière étape destinée à isoler la surface libre est la binarisation de l'image. Pour effectuer ce travail, il faut d'abord fixer une valeur de niveau de gris seuil entre 0 et 255. Une fois cette valeur seuil déterminée, l'image est rendue binaire : tout pixel ayant un niveau de gris égal ou inférieur au seuil prend la valeur 0 (noir) alors qu'aux autres pixels est attribuée la valeur 255 (blanc). Le résultat de la binarisation est présenté sur la figure (3.7.d).

L'image résultant de ce traitement est donc composée seulement de pixels blancs ou noirs et l'on peut bien observer sur la figure (3.7.d) que nous avons donc réussi à isoler le contour de la surface libre, en blanc. Il reste à exploiter ce résultat pour, à partir de ce contour de la surface libre, déterminer la position de la surface libre.

3.4.2.2 Extraction de la position de la surface libre

La détermination de la position de la surface libre n'est cependant pas immédiate car on peut voir sur le contour isolé de la surface libre (Fig. (3.7.d)) que celle-ci a une épaisseur de plusieurs pixels. Cette épaisseur est due au ménisque formé par l'adhérence du fluide aux parois latérales, au niveau de la surface libre. A ce stade, pour extraire la position de la surface libre, trois alternatives sont possibles :

- soit la position de la surface libre retenue est une des deux frontières, supérieure ou inférieure, entre les zones blanches et noires de l'image, pour tout le profil. En faisant ce choix,

on considère alors que l'on commet une erreur sur la position de la surface libre égale à l'épaisseur du contour détecté à l'aide du logiciel Optimas.

- soit la position de la surface libre retenue est la courbe passant au milieu du contour de surface libre extrait du traitement d'image (zone blanche sur l'image) et, comme dans le cas précédent, l'erreur commise est égale à l'épaisseur du contour détecté.
- soit on s'appuie sur le fait que l'on souhaite extraire la position de la surface libre dans le plan de symétrie $(O, x, 0, z)$ du canal, la ligne de pixels qu'il faut alors extraire est la frontière inférieure, correspondant au ménisque pour les profils de surface libre bidimensionnels. Lorsque des effets tridimensionnels sont observés à la surface libre, il faut éventuellement choisir la frontière supérieure. Avec ce choix, l'erreur commise sur la position de la surface libre est beaucoup plus faible.

Les deux premières possibilités sont les plus rapides car on peut effectuer un traitement automatisé de chaque contour de la surface libre pour en extraire le profil désiré. Cependant, en appliquant une de ces deux méthodes, une erreur importante sur la position de la surface libre est commise.

La troisième possibilité est la plus fastidieuse car, pour chaque profil de surface libre que l'on souhaite obtenir, il faut déterminer manuellement quelle frontière doit on choisir obtenir la position de la surface libre en $y = 0$, en fonction de la courbure des ondes de surface. L'atout majeur de cette méthode est la précision avec laquelle la position de la surface libre peut être déterminée. C'est pour cela que nous avons retenu cette méthode pour effectuer le traitement de nos mesures et, une fois le profil adéquat obtenu, celui-ci est discrétisé et un post-traitement permet d'obtenir et de représenter le profil de la surface libre souhaité.

3.4.2.3 Positionnement du profil de surface libre par rapport au fond du canal

Une fois le profil de la surface libre extrait, il faut le repositionner par rapport au fond du canal pour obtenir la bonne hauteur d'eau. Pour cela, il faut repérer sur l'image brute l'origine du profil par rapport au fond du canal, dans le plan $y = 0$. Cette opération est faite manuellement pour chaque profil de surface libre mesuré.

3.4.3 Erreurs de mesure

Les différentes étapes de la méthode ombroscopique que nous venons de détailler engendrent des erreurs sur les mesures de la position de la surface libre que nous avons effectuées. Les principales sources d'erreurs sont dues au positionnement de l'origine du profil de la surface libre par rapport à l'axe du canal, δ_{ps} , à la calibration spatiale de la mesure δ_{rs} et à la détection de la frontière de la surface libre δ_{ds} . La précision pour ces erreurs est de l'ordre du pixel et donc $\delta_{ps} = \pm 1 \text{ px}$, $\delta_{rs} = \pm 1 \text{ px}$ et $\delta_{ds} = \pm 1 \text{ px}$ suivant la direction verticale. L'erreur totale commise est donc $\delta_{ombro} = \sqrt{3} \text{ px}$. Cette erreur en pixels doit ensuite être convertie en mm . Par exemple, pour une image dont la calibration spatiale est de 17.5 px.cm^{-1} , on a une erreur totale :

$$\delta_{ombro} = \sqrt{\delta_{rs}^2 + \delta_{ps}^2 + \delta_{ds}^2} = \pm 1 \text{ mm} \quad (3.5)$$

En outre, on peut noter qu'il existe des erreurs dues aux différentes manipulations du traitement d'image lors de l'extraction du contour, celles-ci restent cependant faibles devant les trois erreurs détaillées permettant de calculer δ_{ombro} (eq. (3.5))

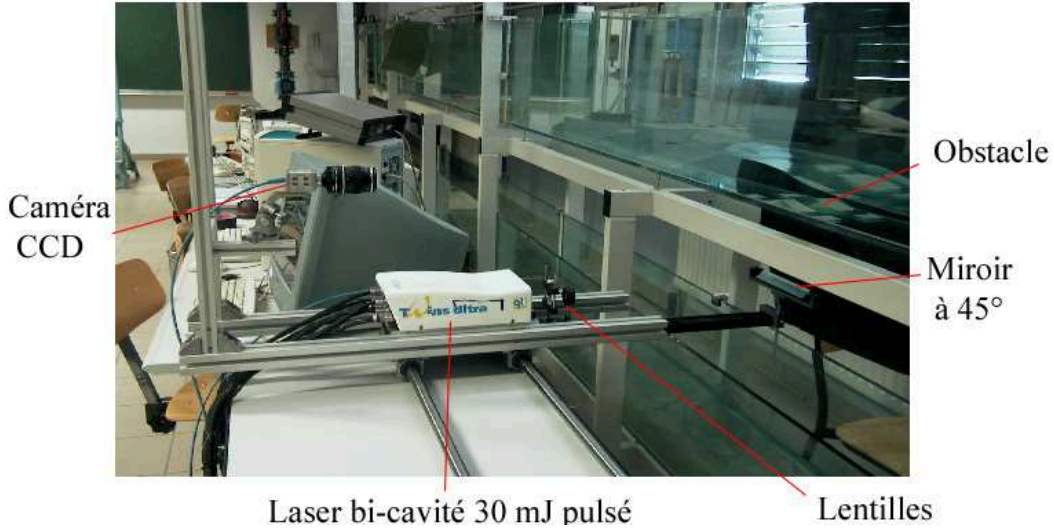


FIGURE 3.8 – Dispositif de mesure par PIV.

3.5 Véllocimétrie par images de particules

La méthode de mesure de champs de vitesses utilisée au cours de ce travail de thèse est la vélocimétrie par images de particules (*Particle Image Velocimetry*, PIV). Le principe de cette méthode consiste à faire l'acquisition de deux images successives d'une région de l'écoulement éclairée par une nappe laser. Pour ce faire, l'écoulement est préalablementensemencé en particules réfléchissantes. Les deux images ainsi acquises sont espacées d'un pas de temps δ_t adapté aux vitesses à mesurer et relativement court. Ensuite, par application d'une fonction de corrélation entre ces deux images, on a accès au champ de déplacement des particules et l'on en déduit le champ de vecteurs vitesse. Nous appelons désormais paire d'image ces deux images séparées d'un pas de temps δ_t , la première étant dénommée image I_a et la seconde, image I_b . Cette méthode présente l'avantage d'être non-intrusive d'une part et de donner accès à des champs de vitesses bidimensionnels d'autre part. Au cours de nos travaux, l'ensemble des champs de vitesses sont mesurés dans le plan $(O, x, 0, z)$.

3.5.1 Dispositif expérimental

Sur la figure (3.8), est présenté le dispositif expérimental mis en place pour la mesure des champs de vitesses par vélocimétrie par images de particules.

La source lumineuse de la chaîne d'acquisition est un laser Quantel Twin Ultra de type Nd-YAG. Il s'agit d'un laser solide dont le faisceau est généré par l'excitation d'un barreau solide de grenat yttrium-aluminium (YAG). Ce laser, bi-cavité pulsé d'une puissance maximale de 30 mJ par pulse, émet deux faisceaux gaussiens de diamètre ≤ 3 mm dont la longueur d'onde excitée par le barreau solide est située à 532 nm (vert). La durée des pulses laser est inférieure à 7 ns et leur fréquence peut atteindre 20 Hz. Un système optique, monté dans l'axe du faisceau laser, est constitué d'un jeu de lentilles et d'un miroir orienté à 45° par rapport à la direction principale du faisceau laser. Le jeu de lentille a pour rôle d'une part d'éclater le faisceau gaussien pour générer une nappe laser horizontale et d'autre part de pouvoir ajuster l'épaisseur, δ_e , de cette nappe laser. Le miroir, placé en $y = 0$, permet de renvoyer la nappe laser horizontale incidente à travers la paroi du fond et dans le plan vertical $(O, x, 0, z)$. Afin de ne pas avoir de lumière parasites au cours de nos expériences, les mesures sont effectuées dans le noir complet. La nappe laser est alors la seule source lumineuse. De plus, lors de l'acquisition des paires d'images, la

surface libre ainsi que la paroi du fond sont masquées à l'aide de papier adhésif noir, afin de limiter les réflexions parasites qui, non seulement altèrent la qualité des mesures mais, de plus, peuvent endommager le capteur en cas de forte exposition.

La prise d'images est effectuée au moyen d'une caméra numérique PixelFly (PCO Imaging), dont le capteur CCD a une résolution maximale de 1280×1024 pixels et une taille de $\frac{2}{3}$ de pouce, *i.e.* $8.6 \times 6.9 \text{ mm}^2$. Ainsi la taille d'un pixel est de $6.7 \times 6.7 \text{ }\mu\text{m}^2$. La dynamique de cette caméra est 12 bits (intensité lumineuse comprise entre 0 et 4095 niveaux de gris) et sa fréquence d'enregistrement maximale est de 4 Hz . L'intervalle de temps entre les images I_a et I_b est au minimum de $10 \text{ }\mu\text{s}$ lors de l'acquisition de paires d'images. En outre, nous avons réglé le temps d'exposition de la caméra sur la première image à $50 \text{ }\mu\text{s}$, qui apparaît bien adapté. La caméra ne possède pas de système de refroidissement, ce qui induit un bruit de mesure sur les 50 premiers niveaux de gris de la dynamique. Ce bruit rend donc ces 50 niveaux de gris inutilisables mais compte tenu de la large dynamique offerte par cette caméra 12 bits, le nombre de niveaux de gris restants exploitables (4046) est largement suffisant pour nos expériences.

A cette caméra, nous avons monté trois objectifs différents en fonction de la taille des champs de mesure que nous avons analysés. Ainsi nous avons ainsi utilisé :

- un objectif Nikkor de focale 24 mm et d'ouverture $f = 2$ pour champs de grande taille ($\sim 42 \times 34 \text{ cm}^2$),
- un objectif Nikkor de focale 35 mm et d'ouverture $f = 2$ pour champs de taille intermédiaire ($\sim 19 \times 15 \text{ cm}^2$),
- un objectif Nikkor de focale 50 mm et d'ouverture $f = 2.8$ pour champs de petite taille ($\sim 13 \times 10 \text{ cm}^2$).

La caméra est placée sur un support permettant des mouvements de translation dans les trois directions de l'espace et des mouvements de rotation suivant l'axe vertical et suivant l'axe longitudinal. Enfin, le système constitué par la caméra, la tête de laser, les lentilles et le miroir est placé sur un chariot en translation parallèlement aux parois du canal, sur une longueur de 1 m , ce qui permet de choisir la région d'intérêt sur laquelle nous souhaitons nous focaliser.

Une électronique de synchronisation, conçue par le service Signaux-Images de l'IMFT, cadence les différents déclenchements des tirs lasers et des acquisitions des images. C'est donc à l'aide de cette électronique que le pas de temps δ_t , séparant I_a et I_b d'une paire d'images, et la fréquence d'acquisition des paires d'images, f_a , sont ajustés.

3.5.2 Choix des paramètres de la prise d'images

Le choix des paramètres d'acquisition est un élément clé dans l'obtention des champs de vitesses de bonne qualité pour effectuer ensuite le calcul des corrélations entre les images ainsi que le traitement statistique. En effet, il faut, dès la prise d'images d'une part minimiser les sources d'erreurs dans le calcul des corrélations entre les images I_a et I_b et d'autre part optimiser la résolution spatiale du champ de vitesses. Ces deux contraintes imposent donc le choix des paramètres d'acquisition auxquels nous avons accès. Ces paramètres sont :

- δ_t , le pas de temps entre les images I_a et I_b :

Le choix de l'intervalle de temps entre les images, δ_t , dépend de la résolution de la caméra, de la taille réelle de l'image et de la vitesse du fluide. Le calcul de corrélation est optimum si le déplacement des particules entre les deux images, δ_x , est d'au moins 5 pixels (Fincham et Spedding [FS 1997]). Au cours de nos expériences, et à l'aide de séries de tests, nous avons fixé le pas de temps δ_t en prenant en compte ces contraintes. Ainsi nous nous sommes

efforcés d'obtenir un déplacement des particules, δ_x , de 6 et 10 pixels en moyenne en fonction des points de fonctionnement que nous avons étudiés. Ce déplacement permet d'assurer une bonne mesure du fort cisaillement de l'écoulement en aval de l'obstacle et l'obtention d'un déplacement sub-pixel tel que les fluctuations de vitesses soient mesurables. Par suite, δ_t se déduit de δ_x et de la vitesse moyenne de l'état de base u_0 à partir de la relation suivante :

$$\delta_t = \frac{\delta_x}{u_0 c_{pix}}, \quad (3.6)$$

où la calibration c_{pix} est déterminée pour chaque position de caméra et de type d'objectif en plaçant une mire dans l'écoulement et dans le plan $(O, x, 0, z)$. Les valeurs de la calibration en fonction de la taille des champs que nous avons considérés sont : $c_{pix} \sim 30 \text{ px.cm}^{-1}$ pour les champs de grande taille ($\sim 42 \times 34 \text{ cm}^2$), $c_{pix} \sim 68 \text{ px.cm}^{-1}$ pour les champs de taille moyenne ($\sim 19 \times 15 \text{ cm}^2$) et $c_{pix} \sim 140 \text{ px.cm}^{-1}$ pour les champs de petite taille ($\sim 13 \times 10 \text{ cm}^2$).

➤ δ_e , l'épaisseur de la nappe laser :

Le choix de l'épaisseur de la nappe laser δ_e doit trouver un juste équilibre en fonction des contraintes suivantes :

❶ la densité de particules éclairées est proportionnelle à l'épaisseur de la nappe laser. Il faut donc une taille significative de δ_e . L'ordre de grandeur est quelques millimètres.

❷ le taux de particules perdues à cause des effets tridimensionnels suivant la direction normale à la nappe laser entre les images I_a et I_b est inversement proportionnel à l'épaisseur de la nappe laser. Cela donne une borne inférieure à δ_e . Particulièrement, plus le déplacement mesuré entre les images I_a et I_b est grand (δ_t grand), plus la nappe laser doit être épaisse. A partir de ces contraintes, nous avons, au cours de nos expériences, généré des plans laser dont l'épaisseur est telle que $3 \text{ mm} \leq \delta_e \leq 6 \text{ mm}$ ajusté selon les besoins des différentes expériences à l'aide d'un système de deux lentilles divergentes (*Keplerian beam expander*).

➤ f_a , la fréquence d'acquisition des paires d'images :

Le choix de la fréquence d'acquisition est moins critique que les choix de δ_t et δ_e dans notre étude car nous n'avons pas pour objectif d'effectuer un suivi de l'écoulement local à haute fréquence temporelle. Néanmoins, comme nous souhaitons effectuer un traitement statistique des champs de vitesses instantanés, il convient de s'assurer que les grandeurs statistiques que nous calculons soient décorréliées, *i.e.*, il faut que entre deux paires d'images, toutes les structures de l'écoulement se soient déplacées d'au moins leur taille. Cette contrainte détermine une valeur maximale de f_a , que nous estimons être de 1 Hz . Toutes les séries de paires d'images seront effectuées à une fréquence d'acquisition de $f_a = 1 \text{ Hz}$.

3.5.3 Choix des particules

Comme nous l'avons déjà précisé, la mise en oeuvre de la mesure de vitesses par images de particules nécessite l'ensemencement du fluide par des particules dont le choix est soumis à plusieurs contraintes. Ces particules doivent en effet :

❶ posséder de bonnes propriétés réfléchissantes pour préserver au maximum l'intensité lumineuse de la nappe laser d'épaisseur δ_e ,

❷ avoir une taille permettant d'optimiser le calcul de la corrélation entre les images I_a et I_b de chaque paire d'images. D'après Fincham et Spedding [FS 1997], les particules doivent avoir un diamètre de l'ordre de 6 *px* sur les images.

❸ avoir une densité proche de celle de l'eau afin de ne pas avoir d'inertie propre et donc suivre parfaitement l'écoulement.

Suivant ces contraintes, notre choix s'est porté sur des particules sphériques ATOFINA Orgasol, dont le diamètre moyen est $40\ \mu\text{m}$ et dont la densité est 1.027kg.dm^{-3} .

3.5.4 Calcul des champs de vitesses instantanés

Les résultats des mesures de champs de vitesses par vélocimétrie par images de particules ont été obtenus par traitement des images à l'aide du logiciel VSV (Fincham et Spedding [FS 1997] et Fincham et Delerce [FD 2000]). Le principe de base de ce logiciel est similaire à celui des méthodes classiques d'inter-corrélation : le déplacement d'un ensemble de particules est déterminé à partir du calcul de corrélation bidimensionnelle entre les deux images I_a et I_b (*e.g.* Willert et Gharib [WG 1991]). Pour ce faire, ce déplacement est déduit de l'emplacement du maximum de la fonction de corrélation dans le plan des images I_a et I_b (ce maximum correspond à un pic de corrélation). Ce déplacement est estimé avec une précision sub-pixel par un ajustement local d'une courbe d'interpolation (de type *spline*) entre les points de corrélation.

La caractéristique principale de la méthode CIV (*Correlation Imaging Velocimetry*) dans VSV est le découplage entre la taille de la boîte de calcul et la taille de la surface de recherche du pic de corrélation. En effet, pour une paire d'image, la boîte de calcul est définie dans l'image I_a alors que la surface de recherche est définie dans l'image I_b . Ce découplage permet d'améliorer significativement le rapport signal sur bruit pour des grands déplacements et d'augmenter la dynamique des mesures de vitesse. De plus, il est possible d'utiliser des boîtes de calcul rectangulaires, de n'importe quelle taille et ainsi obtenir la résolution spatiale que l'on souhaite.

L'algorithme de calcul des fonctions de corrélation utilisé dans la CIV n'utilise pas la méthode par transformée de Fourier rapides (FFT), que l'on rencontre assez fréquemment pour des raisons d'efficacité et de rapidité de calcul. Le but de la CIV est ainsi de favoriser la précision du calcul par rapport à sa rapidité. Etant donné que les algorithmes de FFT imposent des conditions restrictives sur la taille de la boîte de calcul (*e.g.* nombres entiers, puissances de 2), leur utilisation rend plus difficile une optimisation de la taille de la boîte de calcul et de la surface de recherche en fonction du type d'écoulement considéré. L'algorithme de calcul de corrélation exploité dans la CIV, par contre, utilise un calcul direct des corrélations dans l'espace réel, ce qui permet de choisir les tailles de la boîte de calcul et de la surface de recherche adaptées aux caractéristiques de l'écoulement étudié comme par exemple : la densité de l'ensemencement, la présence de parois ou d'interfaces entre deux fluides. Le type de calcul utilisé par la CIV pour la corrélation bidimensionnelle est une corrélation normalisée par la variance de l'intensité de l'image sur chaque boîte de calcul (Fincham et Spedding [FS 1997]). Ce calcul de la corrélation entre la boîte de calcul de I_a et la même boîte de calcul dans I_b , translatée dans toutes les positions possibles dans la surface de recherche, est alors effectué. Le maximum obtenu correspond au déplacement de la boîte de calcul entre les images I_a et I_b . Cependant, la valeur obtenue pour ce maximum est donnée au pixel près seulement, et correspond donc à la valeur entière la plus proche du déplacement réel. Il est ensuite nécessaire de préciser cette estimation afin d'obtenir une précision sub-pixel. Pour ce faire, et limiter dans le même temps les erreurs de biais dues au verrouillage de pic de corrélation (*peak-locking*), le logiciel de CIV utilise un algorithme d'ajustement de courbe sur le pic de corrélation discret obtenu précédemment. Le *peak-locking* est un biais qui décale l'estimation de la position réelle du pic de corrélation vers la valeur entière la plus proche (Fig. (3.9)). Il en résulte une accumulation des déplacements autour des valeurs entières de pixels. La fonction d'interpolation utilisée est une fonction de *spline* lissée qui contient un paramètre de tension, ajustable, afin de minimiser l'erreur due au *peak-locking*. Dans nos mesures, ce paramètre de tension de *spline* est cependant petit ($\mathcal{O}10^{-2}$) car l'écoulement est fortement cisailé. En outre un lissage trop important fausse les résultats.

A l'aide du logiciel VSV, on peut également effectuer des calculs en déformant la boîte de calcul dans les zones de l'écoulement où de forts gradients de vitesses se produisent, par exemple

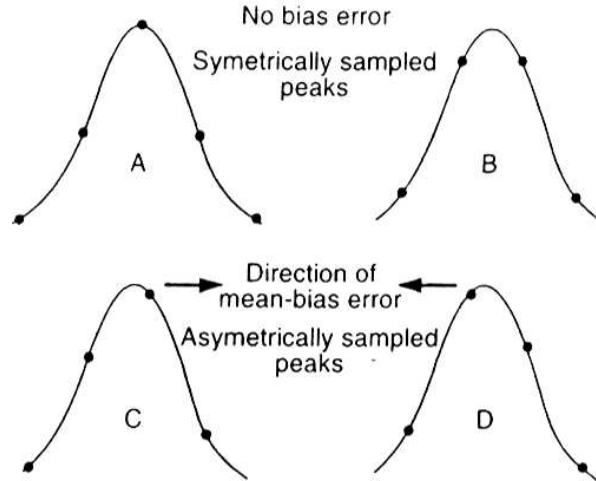


FIGURE 3.9 – Erreur de biais dans le pic de corrélation d’après Fincham et Spedding [FS 1997].

dans les régions présentant un fort taux de cisaillement. L’utilisation de la déformation de la boîte de calcul permet d’augmenter la précision du pic de corrélation dans ces régions fortement cisillées. Ce travail s’effectue en deux étapes : un premier calcul de corrélation, puis un second qui calcule les déformations en fonction des résultats du premier passage.

3.5.5 Correction des vecteurs faux et calculs des dérivées

Le logiciel VSV possède deux procédures qui détectent et corrigent automatiquement la majorité des vecteurs faux, pour lesquels, le pic de corrélation calculé est erroné.

La première procédure, basée sur les travaux de Hart [Har 1998], est appliquée pendant les calculs des déplacements. Celle-ci réduit les vecteurs faux en augmentant la corrélation, en attribuant au pic de corrélation une valeur moyenne des pics de corrélation de son voisinage. Cette méthode est certes efficace mais présente le désavantage d’augmenter légèrement le *peak-locking* (Fincham et Delerce [FD 2000]), qu’il faut donc ensuite corriger.

La deuxième procédure enlève les vecteurs faux restants après les calculs des déplacements. Le principe de celle-ci est de comparer la norme et la direction de chaque vecteur à celles de vecteurs situés dans son voisinage. Le vecteurs dont la norme et la direction diffèrent le plus de celles de ses voisins est écarté par la procédure. Le pic de corrélation est alors recalculé en ce point et la valeur retenue du pic de corrélation est celle du deuxième maximum, le premier ayant été observé comme faux. A l’issue de ces différentes corrections de vecteurs faux, une dernière étape consiste à ré-interpoler les points de vitesse sur les points du maillage initial (centres des boîtes de calcul). En effet, la vitesse calculée par le déplacement entre le point x et le point $x + \delta_x$ correspond non pas à la vitesse en x , mais à la vitesse au milieu de l’intervalle $x + \frac{\delta_x}{2}$. Il est alors utile de recalculer la vitesse au point x par interpolation des valeurs que l’entourent, en utilisant le même algorithme de *spline* que précédemment. Ceci permet de calculer analytiquement les dérivées spatiales du champ de vitesse à partir des coefficients de la fonction de spline afin d’éviter les erreurs associées aux schémas de différences finies.

3.5.6 Grandeurs statistiques

Dans l’optique de décrire l’écoulement turbulent local autour de l’obstacle, nous souhaitons appliquer la décomposition de Reynolds et ainsi décomposer le champ de vitesse en une partie moyenne et une partie fluctuante dans le plan $(O, x, 0, z)$. Les grandeurs moyennes sont notées

\overline{G} et les grandeurs fluctuantes g' où la variable $g = \overline{G} + g'$ représente une composante de vitesse. En effectuant l'acquisition de séries de champs de vitesses instantanés à la fréquence $f_a = 1 \text{ Hz}$ (§3.5.2), nous pouvons calculer les statistiques suivantes :

➤ Calcul des moyennes temporelles :

Les moyennes temporelles calculées sont des moyennes glissantes, déterminées en chaque point de grille, ayant pour coordonnées les indices i , dans la direction longitudinale et j dans la direction verticale. Pour une variable $A(x, y, t)$, quelconque, la moyenne glissante de $A(x, y, t)$ se traduit par la relation suivante :

$$\overline{A}(i, j, k) = \sum_{k=1}^{n_i} \frac{(k-1)\overline{A}(i, j, k-1) + A(i, j, k)}{k}, \quad (3.7)$$

où k représente l'indice de la paire d'images et n_i , le nombre de paires d'images de la série. Dans notre travail, cette variable $A(x, y, t)$ pourra être soit la vitesse longitudinale, $u(x, z, t)$, soit la vitesse verticale, $w(x, z, t)$, soit le produit des fluctuations de vitesses $u'w'(x, z, t)$.

➤ Calcul des écarts-type

Les écarts-type sont calculés à chaque pas de temps par rapport à la moyenne temporelle obtenue sur l'ensemble des paires d'images de la série. Ainsi, la relation permettant d'obtenir les écarts-type en chaque point de grille, pour une variable $B(x, y, t)$, est la suivants :

$$B_{rms}(i, j, k) = \sqrt{\sum_{k=1}^{n_i} \frac{1}{k} [B(i, j, k) - \overline{B}(i, j, n_i)]^2}. \quad (3.8)$$

Dans notre étude, $B(x, y, t)$ pourra être soit $u(x, z, t)$, soit $w(x, z, t)$.

Grâce à ces calculs de la moyenne temporelle glissante (eq. (3.7)) et de l'écart-type (eq. (3.8)) nous pouvons obtenir l'ensemble des grandeurs statistiques que nous souhaitons analyser.

3.5.7 Convergence des grandeurs statistiques

Les puissances de calculs et de stockage étant cependant limitées, il convient de faire un choix judicieux pour n_i assurant un bon compromis entre la qualité de la convergence des calculs et le coût de ce travail. Le but de ce paragraphe est donc, à partir de l'étude de la convergence des moyennes temporelles et des écarts-type, de déterminer quel est ce nombre d'images optimal de paires d'images, n_i .

➤ Convergence des moyennes temporelles

Pour étudier la convergence des vitesses moyennes, $\overline{U}(x, z, t)$, $\overline{W}(x, z, t)$ et du produit des fluctuations, $\overline{u'w'}(x, z, t)$, le tracé de l'évolution de celles-ci en fonction du nombre de paires d'images constitue un premier critère. Cependant, l'étude complète de cette évolution est fastidieuse car, en toute rigueur, il faut le faire en chaque point de grille. Pour simplifier ce travail et compte tenu qu'un autre critère de convergence complète celui-ci, nous avons étudié l'évolution en fonction du nombre d'images des grandeurs $\langle \overline{U} \rangle$, $\langle \overline{W} \rangle$ et $\langle \overline{u'w'} \rangle$. C'est à dire qu'à chaque pas de temps, pour chacun des trois champs, $u(x, z, t)$, $w(x, z, t)$ et $u'w'(x, z, t)$, sa moyenne spatiale est calculée et ensuite la relation (3.7) est y appliquée. Sur les figures (3.10.a) à (3.10.c), nous avons représenté l'évolution de $\langle \overline{U} \rangle$, $\langle \overline{W} \rangle$ et $\langle \overline{u'w'} \rangle$ calculées ainsi pour des séries de 1000 paires d'images environ. Pour ces trois figures, on observe qu'à partir de 600 paires d'images, les trois grandeurs apparaissent acceptablement convergées.

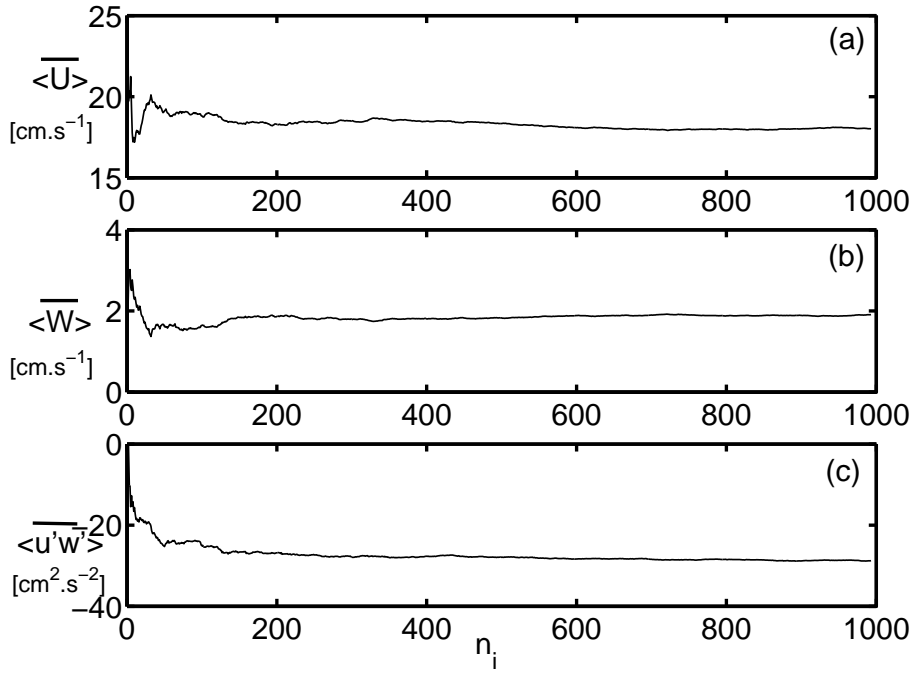


FIGURE 3.10 – Evolution en fonction du nombre d’images des grandeurs moyennes suivantes : (a), $\overline{\langle U \rangle}$; (b), $\overline{\langle W \rangle}$; (c), $\overline{\langle u'w' \rangle}$.

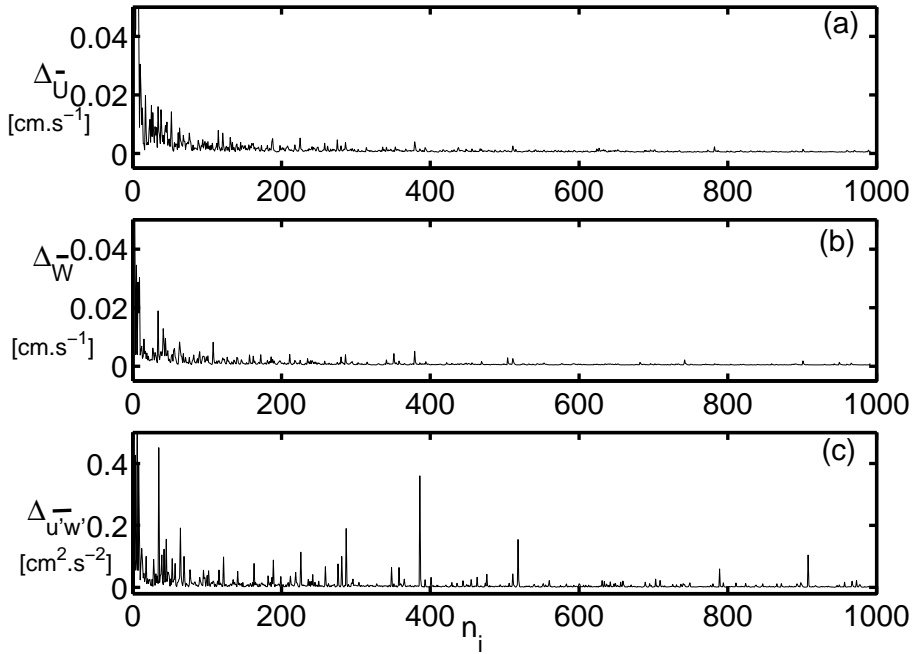


FIGURE 3.11 – Evolution en fonction du nombre d’images des grandeurs suivantes : (a), $\Delta_{\overline{u}}$; (b), $\Delta_{\overline{w}}$; (c), $\Delta_{\overline{u'w'}}$.

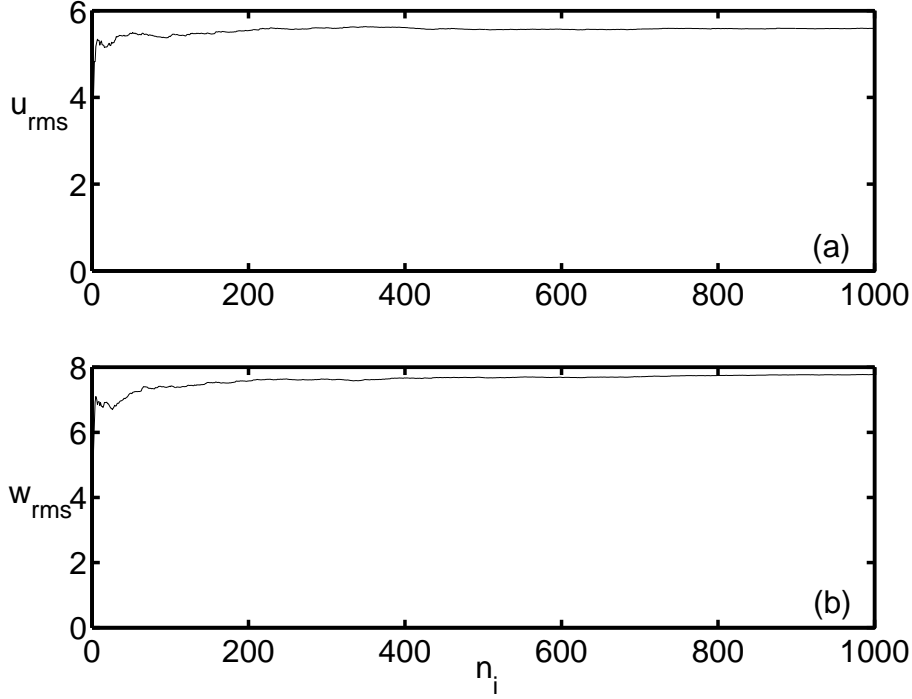


FIGURE 3.12 – Evolution en fonction du nombre d’images des écarts-type suivants : (a), u_{rms} ; (b), w_{rms} .

Le deuxième critère retenu s’appuie sur la fonction $\Delta_{\bar{A}}$, définie ainsi :

$$\Delta_{\bar{A}}(k) = \sqrt{\frac{1}{ij} \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_z} [\bar{A}(i, j, k) - \bar{A}(i, j, k-1)]^2}. \quad (3.9)$$

Cette fonction $\Delta_{\bar{A}}$ permet de connaître l’évolution, en fonction du nombre de paires d’images, de l’écart entre les valeurs moyennes temporelles de la variable A calculées pour deux paires d’images successives. La fonction $\Delta_{\bar{A}}$ doit ainsi tendre vers 0 pour que les moyennes temporelles soient convergées. Sur les figures (3.11.a) à (3.11.c), nous avons tracé les fonctions $\Delta_{\bar{u}}$, $\Delta_{\bar{w}}$ et $\Delta_{\bar{u'w'}}$ pour des séries de 1000 paires d’images environ. Les figures (3.11.a) et (3.11.b) mettent en évidence une décroissance rapide vers des valeurs de $\Delta_{\bar{u}}$ et $\Delta_{\bar{w}}$ inférieures à $10^{-2} \text{ cm.s}^{-1}$: moins de 100 images. En outre, lorsque $n_i \rightarrow 1000$, on observe que $\Delta_{\bar{u}}$ et $\Delta_{\bar{w}}$ tendent vers $10^{-3} \text{ cm.s}^{-1}$. De même, la figure (3.11.c) montre que la décroissance de $\Delta_{\bar{u'w'}}$ est elle aussi rapide mais les valeurs vers lesquelles tend $\Delta_{\bar{u'w'}}$ sont un ordre au-dessus des valeurs vers lesquelles tendent $\Delta_{\bar{u}}$ et $\Delta_{\bar{w}}$. En effet, pour que $\Delta_{\bar{u'w'}} \rightarrow 10^{-2} \text{ cm}^2.\text{s}^{-2}$, on doit avoir un nombre d’images proches de 1000 images. Ce deuxième critère permet donc de quantifier l’ordre de convergence des moyennes temporelles.

➤ Convergence des écarts-types

Pour étudier la convergence des écarts-type, $u_{rms}(x, z, t)$ et $w_{rms}(x, z, t)$, nous utilisons, comme pour la convergence des moyennes temporelles, le tracé de l’évolution moyenne de celles-ci en fonction du nombre de paires d’images. Sur les figures (3.12.a) et (3.12.b), on peut observer que les écarts-type apparaissent convergés à partir de $n_i = 600$ paires d’images pour $u_{rms}(x, z, t)$ et à partir de $n_i = 800$ paires d’images pour $w_{rms}(x, z, t)$.

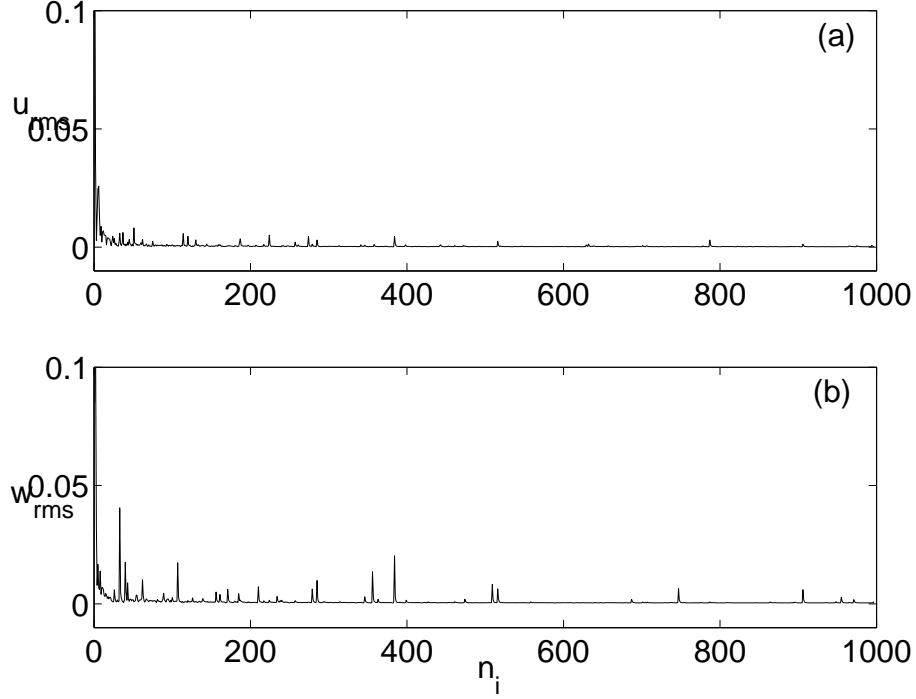


FIGURE 3.13 – Evolution en fonction du nombre d’images des grandeurs suivantes : (a), Δu_{rms} ; (b), Δw_{rms} .

Comme pour les moyennes temporelles, nous introduisons un deuxième critère de convergence pour les écarts-type. Celui-ci est défini par la fonction suivante :

$$\Delta_{B_{rms}}(k) = \sqrt{\frac{1}{ij} \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_z} [B_{rms}(i, j, k) - B_{rms}(i, j, k-1)]^2}. \quad (3.10)$$

Cette fonction $\Delta_{B_{rms}}$ permet de connaître l’évolution, en fonction du nombre de paires d’images, de l’écart entre les écarts-type de la variable B calculées pour deux paires d’images successives. La fonction $\Delta_{B_{rms}}$ doit ainsi tendre vers 0 pour que les écarts-type soient convergés. Sur les figures (3.11.a) et (3.11.b), nous avons tracé les fonctions $u_{rms}(x, z, t)$ et $w_{rms}(x, z, t)$ pour des séries de 1000 paires d’images environ. Ces figures mettent en évidence une décroissance rapide vers des valeurs de $u_{rms}(x, z, t)$ et $w_{rms}(x, z, t)$ inférieures à $10^{-2} \text{ cm.s}^{-1}$: moins de 100 images. En outre, lorsque $n_i \rightarrow 1000$, on observe que ces grandeurs tendent vers $10^{-3} \text{ cm.s}^{-1}$. Comme le critère de l’équation (3.9) pour les moyennes temporelles, le critère de l’équation (3.10) permet de connaître l’ordre de convergence des écarts-type.

A l’issue de cette analyse de la convergence des moyennes temporelles et des écarts-type, nous avons vu que la grandeur pour laquelle, la convergence est la plus lente et demande le plus de paires d’images, est la moyenne du produit des fluctuations de vitesses, $\overline{u'v'}$. Sur cette base et compte tenu des résultats des figures relatives à cette grandeur (Fig. (3.10.c) et (3.11.c)), nous avons choisi d’effectuer au cours de nos expériences des séries de 1000 paires d’images pour effectuer les traitements statistiques.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donc présenté les caractéristiques du canal à surface libre de notre étude, lesquelles, combinées à la taille des obstacles que nous avons utilisés, nous ont permis d'identifier des régions du plan des paramètres $\{\alpha, F_0\}$ exploitables pour effectuer nos expériences. En outre, une discussion basée sur l'étude du développement de la couche limite turbulente en canal à surface libre nous a permis de choisir la position longitudinale de l'obstacle. Celui-ci est ainsi placé à 7.50 *m* de l'entrée du canal.

Les trois méthodes expérimentales ainsi que leurs instrumentations ont été également décrites dans ce chapitre. Parmi les détails de leurs descriptions, nous avons notamment pu retenir que les méthodes de mesure de la position de la surface libre (sondes capacitives et ombroscopie) sont complémentaires et offrent des résultats au millimètre près. Les traitements statistiques des champs de vitesses, mesurés par CIV, nécessitent la prise de séries de 1000 images pour obtenir une très bonne convergence.

Ces méthodes vont donc être utilisées pour effectuer l'analyse de l'écoulement à surface libre en présence de l'obstacle dont les résultats font l'objet des chapitres suivants. C'est ainsi que les méthodes de mesures de la surface libres vont être utilisées dans le chapitre 4 au sein duquel la classification expérimentale des ondes de surface est proposée et dans les chapitre 6 et 7 où sont analysés les régimes pour lesquels l'état de base est souscritique. La méthode de mesure des champs de vitesses par vélocimétrie par images de particule est utilisée à partir du chapitre 5 pour l'analyse de l'écoulement local au voisinage de l'obstacle pour les écoulements tels que $F_0 < 1$.

Lire
la seconde partie
de la thèse